REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA ŠOLSTVO IN ŠPORT

unisVET
uvajanje novih izobraževalnih programov na področju storitev

Naložba v vašo prihodnost
OPERACIJO DELNO FINANCIRA EVROPSKA UNIJA
Evropski socialni sklad



MATEMATIKA ZA OTROKE

Program: PREDŠOLSKA VZGOJA
Modul: Matematika za otroke

Ljubljana, februar 2011

Srednje strokovno izobraževanje

Program: **Predšolska vzgoja**
Modul: **Matematika za otroke**

Naslov učnega gradiva
Matematika za otroke

Ključne besede: **Matematika za otroke, matematika v vrtcih, spodbujanje razvoja matematičnega mišljenja pri otrocih v vrtcu.**

Seznam kompetenc, ki jih zajema učno gradivo:
MOT1 : Sodeluje pri načrtovanju in izvajanju dejavnosti za razvoj otrokovega matematičnega mišljenja, izražanja in spoznavanja osnovnih matematičnih konceptov.
MOT2 : Zaznava otrokovo napredovanje in razvoj na področju matematičnih konceptov mišljenja in izražanja in ga povezuje s cilji matematike v vrtcu.
MOT3 : Zaznava otrokove potrebe po uporabi matematike in zna izkoristiti situacije v vsakdanjem življenju za rabo matematike.
MOT4 : Omogoča otroku, da doživlja matematiko kot prijetno izkušnjo.

CIP - Kataložni zapis o publikaciji
Narodna in univerzitetna knjižnica, Ljubljana

51:373.2.016(02.053.2)(0.034.2)

MATEMATIKA za otroke [Elektronski vir] / pripravili Barbara Japelj Pavešić ... [et al.] ; zbrala in uredila Anica Justinek in Marjeta Domicelj. - El. knjiga. - Ljubljana : GZS, Center za poslovno usposabljanje, 2011. - (Srednje strokovno izobraževanje. Program Predšolska vzgoja. Modul Matematika za otroke)

Način dostopa (URL): http://www.unisvet.si/index/activityId/82. - Projekt UNISVET

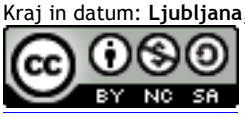
ISBN 978-961-6413-67-1
1. Japelj Pavešić, Barbara 2. Justinek, Anica

255561216

Prispevke za gradivo so pripravili: **Barbara Japelj Pavešić, Anica Hočevar, Barbara Kodrič, Dalibor Šolar, Agata Firm, Natalija Horvat, Simona Jazbec, Jana Kete, Irma Kokelj Žerovnik, Maja Končar, Rok Lipnik, Tadeja Marc Kobal, Katja Novak, Andreja Preglav Verdinek, Matjaž Trošt.**
Uredniški odbor: **mag. Marjeta Domicelj, Barbara Japelj Pavešić, Anica Hočevar, Barbara Kodrič, Dalibor Šolar**.
Gradiva zbrala in uredila: **Anica Justinek in mag. Marjeta Domicelj**
Recenzent: **dr. Jože Malešič**
Lektor: **Boris Marinkovič Habjanič**

Založnik: **GZS Ljubljana, Center za poslovno usposabljanje**
Projekt unisVET

URL: http://www.unisvet.si/index/index/activityId/82
Kraj in datum: **Ljubljana, februar 2011**



To delo je ponujeno pod licenco Creative Commons:
Priznanje avtorstva-Nekomercialno-Deljenje pod enakimi pogoji.

Učno gradivo je nastalo v okviru projekta unisVET Uvajanje novih izobraževalnih programov v srednjem poklicnem in strokovnem izobraževanju s področja storitev za obdobje 2008-2012, ki ga sofinancirata Evropska unija preko Evropskega socialnega sklada in Ministrstvo Republike Slovenije za šolstvo in šport. Operacija se izvaja v okviru operativnega programa razvoja človeških virov za obdobje 2007 – 2013, razvojne prioritete: Razvoj človeških virov in vseživljenjskega učenja, prednostna usmeritev Izboljšanje kakovosti in učinkovitosti sistemov izobraževanja in usposabljanja.

Vsebina gradiva v nobenem primeru ne odraža mnenja Evropske unije. Odgovornost za vsebino nosi avtor.

Kazalo vsebine:

1. Števniki in številke skozi čas in različne kulture 7
2. Naravna števila 13
3. Osnove štetja 16
Prepoznavanje števil 17
Štetje 18
4. Bijektivne preslikave med množicami 21
5. Število 0 (nič) 24
6. Pojem neskončnosti 26
7. Deli celote 31
8. Decimalna števila 35
9. Primerjanje 36
10. Urejanje in razvrščanje 40
11. Količine 44
12. Merske enote 47
13. Zbiranje in prikazovanje podatkov 50
14. Geometrijska telesa in liki 57
15. Geometrijske oblike. Količine v geometriji. 65
16. Orientacija v prostoru 70
17. Osnove logičnega sklepanja 74
18. Uporaba logičnega sklepanja 77
19. Verjetnost 82

Seznam slik:

Slika 1: Štetje členkov prstov na dlani 9
Slika 2: Igrača za učenje štetja 13
Slika 3: Stonoga 15
Slika 4: Rovaš – pripomoček za štetje v preteklosti 17
Slika 5: Isto število kovancev v dveh vrstah – prirejanje ena-ena 23
Slika 6: Ničla 24
Slika 7: Pot brez konca 27
Slika 8: Möbiusov neskončni trak 27
Slika 9: Neskončno kroženje vode v valovih 30
Slika 10: Torta (celota in del) 31
Slika 11: Delitev celote na dele 32
Slika 12 Polnjenje škatel, ki so razdeljene na četrtine, polovice …. 34
Slika 13: Primerjava majhen - velik 36
Slika 14: Primerjava krajši - daljši 37
Slika 15: Primerjava višji – nižji 38
Slika 16: Primerjava drobno - debelo 38
Slika 17: Primeri množic 41
Slika 18: Grafični prikaz dnevnih temperatur 50
Slika 19: Spremembe števila prebivalstva 51
Slika 20: Povprečne in mesečne temperature 51
Slika 21: Mesečna prodaja kruha in ulov rib 51
Slika 22: Najljubše živali otrok 52
Slika 23: Najljubša otrokova žival – stolpčni prikaz 1 52
Slika 24: Najljubša otrokova žival – tortni prikaz 1 53
Slika 25: Najljubša otrokova žival – stolpčni prikaz 2 53
Slika 26: Najljubša otrokova žival – tortni prikaz 2 53
Slika 27: Figurni prikaz 54

Slika 28: Spremljanje vremena 55
Slika 29: Merjenje višine otrok 55
Slika 30: Primeri simetrije in zrcaljenja 71
Slika 31: Različne množice 74
Slika 32: Različne žoge 76
Slika 33: Poskus 78
Slika 34: Barčica iz papirja 79
Slika 35: Mešanje barv 79
Slika 36: Petelinje oglašanje 79
Slika 37: Klitje semena 80
Slika 38: Zaporedje – žabji cikel 81
Slika 39: Zaporedje – metuljev cikel 81
Slika 40: Vremenska napoved 82
Slika 41: Gotov dogodek? 83
Slika 42: Sklepanje iz vzroka na posledico 83
Slika 43: Naključni met kocke 86
Slika 44: Verjetnost zmage na tekmi 86
Slika 45: Verjetno – neverjetno 87

Seznam shem

Shema 1: Ni preslikava 22
Shema 2: Surjektivna preslikava 22
Shema 3: Injektivna preslikava 22
Shema 4: Bijektivna preslikava 23
Shema 5: Prikaz polovic, tretjin 32
Shema 6: Podmnožica 41
Shema 7: Presek množic 42
Shema 8: Unija množic 42
Shema 9: Razlika množic 43
Shema 10: Prikaz preslikav 43
Shema 11: Tetraeder 59
Shema 12: Heksaeder ali kocka 59
Shema 13: Oktaeder 59
Shema 14: Dodekaeder 60
Shema 15: Ikozaeder 60
Shema 16: Krožnica in krog 60
Shema 17: Plašč kvadra 61
Shema 18: Mreže piramid 62
Shema 19: Mreža stožca 63
Shema 20: Plašč valja 63
Shema 21: Prizma 63
Shema 22: Premica 67
Shema 23: Telesa in liki 69

Predgovor

Gradiva, ki sledijo, so predlogi učiteljev kolegom učiteljem za doseganje ciljev strokovnega modula Matematika za otroke med dijaki programa Predšolska vzgoja za delo pomočnice vzgojiteljice v vrtcu. Pripravljeni so bili v okviru programa prenosa zastavljenih ciljev modula Matematika v vrtcih v poučevanje v srednji šoli. Namenjena so učiteljem za pomoč pri pripravi in izvedbi programa in strokovnega modula. Čeprav pričujoč nabor besedil pokriva vse predpisane teme programa, so besedila primeri doseganja posameznih ciljev pouka in so namenjeni učiteljem za razvijanje lastnih idej pri izvedbi kurikula.

Gradiva so posamična avtorska dela učiteljev in odražajo raznolikost pogledov na poučevanje istega strokovnega modula. Kljub temu pa so avtorji pri svoji zasnovi sledili enotnemu dogovorjenemu okviru, da bi bila gradiva med seboj čim bolj primerljiva in bi s svojo enotno usmeritvijo spodbudila še druge učitelje, da sestavijo in prispevajo svoje avtorske prispevke v podobni obliki in z vsemi elementi, ki so potrebni, da neodvisnega bralca čim bolj popolno opremijo za poučevanje v razredu.

Za poučevanje pomočnikov vzgojiteljev je značilno prehajanje učitelja z ravni poučevanja dijakov, da bodo ti izvajali kurikul v vrtcih, na raven praktičnega prikaza dijakom, kako naj se izvede kurikul v vrtcih. Čeprav mora dijak v šoli izkusiti prakso svojega dela v vrtcu, pa je pomembno, da učitelj bodočih pomočnikov vzgojiteljev zavedno ohranja raven poučevanja dijakov, da bodo znali dovolj, da bodo lahko kreativno sodelovali pri načrtovanju dela v vrtcu. Dijaka je treba opremiti z matematičnimi znanji, ki močno presegajo tisto znanje matematike, ki ga bo posredoval otrokom. Dijak mora biti zanesljiv, trden in mnogo bolj matematično razgledan, kot bo potreboval za neposredno izvajanje matematičnih dejavnosti z otroki. Kot pomočnik vzgojitelja bo moral sodelovati pri presojanju otrokove potrebe po matematičnem znanju, otrokov napredek bo moral znati umestiti v razvoj otrokovega kognitivnega mišljenja in odgovoriti na izzivalna vprašanja otrok tako, da bo z odgovori spodbujal in podpiral sistematičen in premišljen matematični napredek vsakega posameznega otroka. Dijaki morajo pridobiti v okviru strokovnega modula globino znanja elementarne matematike, še zlasti števil in geometrije. Matematične vsebine morajo znati presojati z vidika zahtevnosti za otrokovo razumevanje, govor, ročne spretnosti in potrebnosti znanja v določeni starosti. Dijak bi moral biti sposoben ugotoviti primanjkljaj potrebnega znanja matematike z vidika otrokove starosti in razvoja, ki je posledica neugodnih domačih razmer ali pomanjkanja specifične podpore in pričakovanj staršev pri posameznih otrocih, in načrtno pomagati pri premoščanju primanjkljajev. Obenem je za razvoj motivacije učenja matematike v naši družbi enako pomembno, da pomočnik in vzgojitelj zaznavata in razvijata matematične spretnosti in znanje tistih otrok, ki presegajo povprečno pričakovano znanje matematike v vrtcih.

Dijaki morajo ločiti ponujanje priložnosti za učenje v vrtcu od učenja za zagotavljanje doseganja standardov znanja računanja v šoli. Mnogokrat priložnosti v vrtcu presegajo pričakovanja šole, vendar ni nujno, da jih izkoristijo vsi otroci. Zato se dijaki seznanijo tudi s programom učenja števil v prvi triadi v šoli, da bodo lahko uspešno sodelovali s starši in njihovimi pričakovanji do znanja otrok.

Poleg matematičnega znanja, teoretičnega in praktičnega, ki ga bodo dijaki pridobili v modulu, je prav tako pomembno, da si ustvarijo prepričanje o pomenu spodbujanja razvoja matematičnega mišljenja pri otrocih v predšolskem obdobju.

Prva pričujoča gradiva kažejo močno željo učiteljev matematike, da se modul Matematika v vrtcu poučuje zavzeto in kreativno z namenom usposobiti dijake za uspešno izvajanje kurikula za matematiko vrtcih. Ker je modul nov, se ideje o poučevanju še intenzivno

sestavljajo. Učitelji so povabljeni, da po tem, ko se bodo v praksi nekatere ideje pokazale za posebno uspešne, pričujočim gradivom dodajo nove prispevke ali z avtorji objavljenih gradiv dopolnijo obstoječa.

Barbara Japelj Pavešić, zunanja strokovna sodelavka pri projektu

1. Števniki in številke skozi čas in različne kulture

Učna tema: Zgodovinski razvoj glavnih števnikov in zapisovanja števil

Učni cilji:
Dijak
- spozna razvoj glavnih števnikov in osnove številskih sistemov skozi jezike različnih kultur,
- razume osnovo ali bazo številskega sistema,
- se seznani s primernimi dejavnostmi, prek katerih lahko otroci v vrtcu spoznavajo različne načine zapisovanja števil

Predvideno predhodno znanje: Poznavanje in razumevanje pojmov: naravno število, glavni števnik, številka.

Čas izvedbe: 4 šolske ure

Motivacija
Števila in štetje so prevladujoča matematična dejavnost v vrtcu. Že zelo majhni otroci posnemajo štetje in z veseljem preštevajo najrazličnejše stvari. Čeprav še ne štejejo v pravem zaporedju, pa kmalu vedo, kdaj in zakaj štejemo. Otrok brez pomislekov šteje: ena, dva, tri, pet, deset. Če triletnega otroka vprašamo, koliko je star, pa bo redko odgovoril z besedo, ampak bo raje pokazal tri prstke.

Teorija
Besede, ki označujejo naravna števila, se imenujejo *glavni števniki.* Naravna števila dobimo pri štetju.

Zgodovinski razvoj števnikov

Zgodovinski razvoj glavnih števnikov se lepo vidi iz besednega izražanja glavnih števnikov v različnih jezikih.

Na primer, jezik plemena Kamilaroi v Avstraliji pozna samo tele glavne števnike:
1 = mal, 2 = bulan, 3 = guliba, 4 = bulan bulan, 5 = bula guliba, 6 = guliba guliba

Višjih števnikov ne poznajo, namesto njih uporabijo besedo, ki v njihovem jeziku pomeni »mnogo«. S temi števniki shajajo, saj menjalnega gospodarstva in trgovine v glavnem še ne poznajo. Podobno štejejo nekatera grmičarska plemena v Južni Afriki in tudi nekatera plemena v porečju Amazonke. Ta primer kaže začetno stopnjo v zgodovinskem razvoju števnikov. Odsev takega štetja so tudi slovnična števila v slovenščini: ednina, dvojina, množina.

Zdaj si oglejmo glavne števnike v slovenščini:

1 = en (m), ena (ž), 2 = dva (m), dve (ž), 3 = tri, … 8 = osem, 9 = devet, 10 = deset, 11 = enajst, 12 = dvanajst, … 19 = devetnajst, 20 = dvajset, 30 = trideset, 37 = sedemintrideset, … 99 = devetindevetdeset, 100 = sto, 200 = dvesto, … 900 = devetsto, 1000 = tisoč, …

Opazimo, da slovnično nekateri glavni številniki niso samo enostavne besede, ampak so besedni sklopi. Na primer, v besedi trideset nastopata številnika tri in deset, kar pomeni trikrat deset. V besedi sedemintrideset nastopajo besede sedem, tri in deset. To bi lahko napisali z znaki kot $7 + 3 \cdot 10$. Nekateri od teh sklopov so malo zamaskirani. Na primer, beseda enajst je nastala iz sklopa ena-na-deset, dvanajst iz dva-na-deset, … devetnajst iz devet-na-deset. Tak način sklapljanja se pri devetnajst neha, ker naslednji številnik ni desetnajst (majhni otroci pa pogosto štejejo »...devetnajst, desetnajst«), ampak dvajset. Ta beseda se je obrusila iz besede dvadeset, kar pomeni dvakrat deset, z znaki $2 \cdot 10$. Enako pomeni trideset trikrat deset, … devetdeset devetkrat deset. Vendar številnika desetdeset ni, namesto njega je nova beseda *sto*. Dvesto pomeni dvakrat sto, $2 \cdot 100$, tristo trikrat sto, $3 \cdot 100$, … devetsto devetkrat sto, $9 \cdot 100$. Številnika desetsto pa spet ni, namesto njega je nova beseda *tisoč*. Očitno igrajo glavno vlogo pri tvorjenju številnikov v slovenščini številnik deset in številniki sto, tisoč, …, ki predstavljajo potence števila deset. Pravimo, da je v slovenščini deset *osnova* ali *baza* številskega sistema. Z osnovo deset, njenimi potencami in številniki ena, dve, tri, … devet lahko v slovenščini izrazimo vse glavne številnike.

Tako kot v slovenščini je tudi v veliki večini jezikov edina osnova deset, na primer v arabščini, kitajščini, indijskih jezikih, slovanskih jezikih, … .

Vendar so tudi izjeme. V Walesu na jugu britanskega otoka govorijo jezik, ki spada v družino keltskih jezikov. V velškem jeziku je:

1 = un, 2 = dau (m), dwy (ž), 3 = tri (m), tair (ž), 4 = pedwar (m), pedair (ž), … 10 = deg,

11 = un ar ddeg (»ena na deset«), 12 = deuddeg, 13 = tri ar ddeg, … 20 = ugain,

21 = un ar hugain (»ena na dvajset«), … 30 = deg ar hugain (»deset na dvajset«),

31 = un ar ddeg ar hugain (»ena na deset na dvajset«), …, 40 = deugain (»dvadvajset«),

60 = trigain (»tridvajset«), 70 = deg ar thrigain (»deset na tridvajset«),

80 = pedwar ugain (»štiri dvajset«), 90 = deg a phedwar ugain (»deset na štiri dvajset«)

To je precej drugače kot slovenščini: velški jezik ima dve osnovi, *deset* in *dvajset*.

Zanimivo je, da tako govorijo tudi Rezijani: »trikrat dwisti nu dëset« pomeni sedemdeset, »štirkrat dwisti« pa osemdeset.

Tudi v francoščini je še sled osnove dvajset:

4 = quatre, 20 = vingt, 80 = quatre-vingts (»štiri-dvajset«)

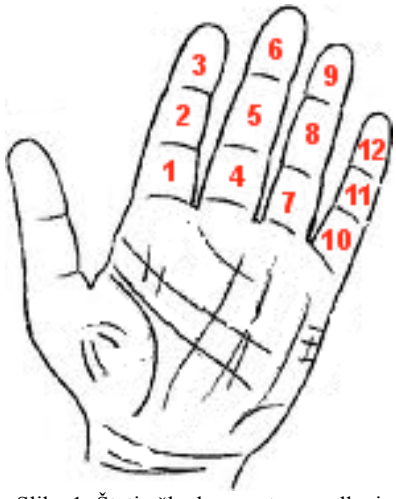
To si razlagajo s tem, da so bili predniki Francozov Galci, ki so govorili keltski jezik.
Nekateri jeziki prvotnih prebivalcev Severne Amerike (»Indijancev«) imajo tudi osnovi *pet* in *deset*.

Kako bi si razložili vse te osnove - deset, dvajset in pet? Odgovor je preprost: na roki je pet prstov, na obeh rokah deset, na rokah in nogah pa skupaj dvajset. Prsti so pripomoček za štetje, ki je bil ljudem vedno na voljo.

V angleščini in nemščini je poleg osnove deset še sled osnove *dvanajst*: Angleži štejejo takole:

10 = ten, 11 = eleven, 12 = twelve, 13 = thirteen, … 19 = nineteen.

Angleški »teenagerji« se torej ne ujemajo popolnoma z našimi »najstniki«. Ena od razlag za osnovo dvanajst je poseben način štetja: s palcem štejem členke na preostalih štirih prstih ene roke, kot kaže slika:



Slika 1: Štetje členkov prstov na dlani

Na tako štetje kaže še beseda »ducat«, ki pomeni dvanajst kosov.

V izumrlem babilonskem jeziku je poleg osnove deset nastopala še osnova *šestdeset*. Za to še ni enotne razlage. Ena od razlag pravi, da do 60 preštejemo, če na desni roki štejemo po členkih, na levi pa s prsti štejemo dobljene ducate: $5 \cdot 12 = 60$. Babilonci so imeli že razvit sistem merskih enot – seveda s pretvornikom 60. Babilonsko merjenje časa se je ohranilo do danes: 1h = 60 min = 3600 s.

Zgodovinski razvoj zapisovanja števil

Beseda *številka* pomeni skupino znakov, s katero je zapisano število. Posameznemu znaku pravimo *števka.* Beseda »zapisano« je mišljena zelo splošno: številka je lahko na listu papirja ali pergamenta, lahko je vklesana v kamen, vrezana v glinasto ploščico ali v kost, lahko pa jo predstavlja tudi skupina vozlov na vrvicah (inkovski qipu).

Ljudje so zapisovali števila že mnogo pred izumom pisave. Najstarejši znani zapis števila je iz paleolitika, in sicer črtice, vrezane v kost, ki so jo izkopali na Moravskem. Kasnejši izum pisave je omogočil udobnejše načine zapisovanja števil, kot je zapisovanje s črticami.

Prva stopnja pisave so enostavne slikice, predstavljajoče stvari ali pojme – hieroglifi. Kasneje so se iz hieroglifov razvili znaki za zloge ali znaki za glasove, nastale so različne abecede, kot feničanska, judovska, grška, cirilica, rimska, arabska, … . Tudi številke so bile najprej hieroglifi. V starem Egiptu so števila zapisovali z naslednjimi hieroglifi:

 prst na roki, kar pomeni 1,

 več razlag, ena je »obe roki«, kar pomeni 10,

 merilna vrv, dolga sto enot, kar pomeni 100,

 lotosov cvet, kar pomeni 1000, saj je ob Nilu rastlo na tisoče lotosovih cvetov, itd.

Primeri egipčanskih številk:



1 = 𓏺 , 2 = 𓏺𓏺 , 3 = 𓏺𓏺𓏺 , … , 8 = „ , 9 = , , 10 = 𓎆,

11 = 𓏺𓎆 ali 𓎆 𓏺, … 20 = 𓎆𓎆, 24 = 𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺 ali 𓎆𓎆 𓏺𓏺𓏺𓏺 ali …, 30 = 𓎆𓎆𓎆,

99 = 𓎆𓎆𓎆 𓏺𓏺𓏺 𓎆𓎆𓎆 𓏺𓏺𓏺 𓎆𓎆𓎆 𓏺𓏺𓏺 , 100 = 𓍢 itd.

Vidi se, da pri egipčanskih številkah mesta posameznih števk sploh niso pomembna, pomembno je le število posameznih števk. Na primer, tudi številka 𓏺𓎆𓏺𓏺𓎆𓏺 pomeni 24.

Stari Rimljani so že imeli abecedo, števila pa so vseeno še zapisovali na starinski način s hieroglifi:

I prst na roki, kar pomeni 1,
V prsti na eni roki, kar pomeni 5,
X prsti na obeh rokah (ena je obrnjena navzgor, druga navzdol), kar pomeni 10,
L nastal iz V z dodanimi črtami, kar pomeni 5·10 = 50,
C nastal iz X z dodanimi črtami, kar pomeni 10·10 = 100,
D nastal iz V z dodanimi črtami, kar pomeni 5·100 = 500,
M nastal iz X z dodanimi črtami, kar pomeni 10·100 = 1000.

Prvotno so Rimljani zapisovali na enak način kot Egipčani:

1 = I, 2 = II, 3 = III, 4 = IIII, 5 = V, 6 = VI, 7 = VII, 8 = VIII, 9 = VIIII, 10 = X,
11 = XI, … , 20 = XX, 24 = XXIIII, … 99 = LXXXXVIIII, 100 = C, …

Tako so še zapisane številke na urah ali na kartah za tarok. Pri takih rimskih številkah mesta posameznih števk sploh niso pomembna, pomembno je le število posameznih števk, enako kot pri egipčanskih. Da bi skrajšali nekatere dolge številke, so kasneje uvedli odštevalno zapisovanje:

IV pomeni eno manj kot pet, tj. štiri,
IX pomeni eno manj kot deset, tj. devet,
XL pomeni deset manj kot petdeset, tj. štirideset,
XC pomeni deset manj kot sto, tj. devetdeset,
CD pomeni sto manj kot petsto, tj. štiristo,
CM pomeni sto manj kot tisoč, tj. devetsto.

Ker pri egipčanskih in prvotnih rimskih številkah mesta posameznih števk niso bila pomembna, so bili prisiljeni številke zapisovati nerodneje, kot so jih izgovarjali.
Tako so Egipčani število 90 izgovorili kot devet-deset, zapisali pa so ga kot 𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆, tj. deset-deset-deset- deset-deset-deset- deset-deset-deset.

Kitajci so iznašli način zapisovanja, ki je bližji izgovorjavi. Kitajske številke so:

1 = 一 , 2 = 二 , 3 = 三 , 4 = 四 , 5 = 五 , 6 = 六 , 7 = 七 , 8 = 八, 9 = 九,
10 = 十, 100 = 百, 1000 = 千

Primeri kitajskih številk:
11 = 一十一， tj. ena-deset ena, 12 =一十二, 20 = 二十 , tj. dva-deset,
24 = 二十四, tj. dva-deset štiri, 90 = 九十, tj. devet-deset, 204 = 二百四,
tj. dve-sto štiri, 284 = 二百八十四, tj. dve-sto osem-deset štiri.

Morda bi se kdo vprašal, zakaj Kitajci niso poenostavili svojih številk. Na prvi pogled številke za deset, sto, tisoč, … niso potrebne in bi jih lahko kar izpustili. Tako bi zapisali na kratko: 284 = 二八四, saj vemo, da so čisto na desni enice, potem desetice, potem stotice. Problem nastopi na primer, kadar desetic ni. Števili 204 in 24 bi zapisali enako: 二四.
Kitajci bi rešili ta problem, če bi izumili *ničlo*, to je znak za število nič. Potem bi število 204 zapisali kot 二 0四, 24 pa kot 二四. Vendar Kitajci ničle niso poznali.

Ničlo so izumili Indijci pred približno 2000 leti in zdaj ves svet uporablja njihove številke (v Evropi jim pravijo arabske, ker so jih spoznali pri Arabcih). Indijske številke so:

0 , ki je najvažnejša, 1, ki pomeni en prst,
2, ki je nastala iz povezanega pisanja dveh vodoravnih črtic = , tj. dva prsta,
3, ki je nastala iz povezanega pisanja treh vodoravnih črtic ≡ , tj. trije prsti,
4, 5, 6, 7, 8 in 9, katerih nastanek je težje razložiti.

S temi desetimi številkami se da zapisati vsako še tako veliko naravno število. Če dani številki pripišemo še eno številko, dobimo še večjo številko. Torej nobeno naravno število ni največje, z drugimi besedami: naravnih števil je *neskončno mnogo.*

V indijski številki je mesto (pozicija) posamezne številke pomembno, na primer številki 24 in 42 pomenita različni števili. Številka čisto na desni pomeni enice, potem so desetice, stotice, tisočice, … . Tako zapisovanje se imenuje *mestno* (*pozicijsko*). Pozicijsko zapisovanje so v resnici izumili na treh koncih sveta, in sicer poleg Indijcev Babilonci pred približno 4000 leti in Maji v predkolumbski dobi. Babilonske številke so bile šestdesetiške: posamezna mesta so pomenila enice, šestdesetice, tritisočšeststotice, … . Majevske številke so bile dvajsetiške: posamezna mesta so pomenila enice, dvajsetice, štiristotice, … .

V zgodovini se je pojavil še en način zapisovanja števil – s črkami abecede. Tako so pisali številke Feničani, Judje in Grki, tudi stare cerkvene knjige v cirilici uporabljajo abecedno zapisovanje. Da bo razumljiveje, uporabimo kar našo abecedo. Številke dobimo kot črke, zapisane po vrsti:

1 = *a*, 2 = *b*, 3 = *c*, 4 = *č*, 5 = *d*, 6 = *e*, 7 = *f*, 8 = *g*, 9 = *h*, 10 = *i*

Števila od 11 do 19 zapišemo kot sklope:

11 = *ai* ali *ia* , tj. ena-na-deset, 12 = *bi* ali *ib*, … 19 = *hi* ali *ih*,

števila 20 pa ne, ampak zanj uporabimo novo črko, 20 = *j* in enako za ostale večkratnike števila 10:

30 = *k*, 40 = *l*, 50 = *m*, 60 = *n*, 70 = *o*, 80 = *p*, 90 = *r*

Števila od 21 do 99 spet zapišemo kot sklope:

21 = *aj* ali *ja*, 22 = *bj* ali *jb*, … 99 = *hr* ali *rh*

Za število 100 in njegove večkratnike uporabimo nove črke abecede:

100 = *s*, 200 = *š*, 300 = *t*, 400 = *u*, 500 = *v*, 600 = *z*, 700 = *ž*,

Potem pa črk zmanjka. Nove številke so dobili še s pomočjo apostrofov, npr.

800 = *a′*, 900 = *b′*, 1000 = *c′*, 2000 = *č′* in tako naprej. Tudi številke od 101 zapišemo kot sklope:

101 = *as* ali *sa*, 102 = *bs* ali *sb,* 111 = *sia*, … 284 = *špč*, …

Abecedno zapisovanje je krajše in udobnejše od hieroglifskega, vendar pa daljše in bolj komplicirano v primerjavi z mestnim. Mestno zapisovanje je posebej udobno za pisno računanje, za seštevanje, odštevanje, množenje in deljenje. Zato je prevladalo nad vsemi ostalimi načini zapisovanja.

Dejavnosti za utrditev snovi

Števniki
Mislimo si, da bi imela slovenščina osnovo *pet* in ne deset.
V takem jeziku bi bilo:
1= ena, 2 = dve, 3 = tri, 4 = štiri, 5 = pet, 6 = ena-na-pet, 7 = dva-na-pet, 8 = tri-na-pet, 9 = štiri-na-pet, 10 ni pet-na-pet, ampak je 10 = dvapet, 11 = enaindvapet, 12 = dvaindvapet, … . Dijaki naj nadaljujejo do 24 = štiriinštiripet. 25 ni petpet, ampak si je treba izmisliti novo besedo, na primer 25 = *veliko*. Dijaki naj štejejo naprej: 26 = veliko ena, 27 = veliko dve, … 30 = veliko pet, 31 je veliko ena-na-pet, … 49 = veliko štirinštiripet, 50 = dveveliko, 75 = alitriveliko, …. Dijaki naj še dešifrirajo posamezne petiške številke, npr. koliko bi bilo dvaintripet , koliko triveliko štiri-na-pet, koliko dveveliko enainštiripet.

Številke
Dijaki dešifrirajo egipčanske, rimske, kitajske in abecedno zapisane številke, nato pa še obratno – dana števila zapišejo s takimi številkami.

Dejavnosti za delo v vrtcu
Dijaki naj iščejo možnosti in priložnosti v vrtcu in zunaj njega za seznanjanje otrok z različnimi zapisi števil (rimske številke, arabske številke, hieroglifi).
Risanje in slikanje hieroglifov ali oblikovanje domišljijskih hieroglifov iz gline in podobno.
Zapisovanje enostavnih števil z rimskimi številkami.

Preverjanje znanja
Naloge iz teorije (utrjevanje snovi).
Izdelava plakata z izrezki iz časopisov in revij ali s fotografijami, iz katerih bi lahko razbrali različne zapise števil.

Viri:
Struik, D. J., *Kratka zgodovina matematike*, DZS, Ljubljana 1978
http://en.wikipedia.org/wiki/Welsh_numerals, 11. dec. 2010
http://147.162.119.1:8081/resianica/docs/home.jsp, 11. dec. 2010

2. Naravna števila

Učna tema: Obravnava osnovnih značilnosti naravnih števil

Učni cilji
Dijak
- prikaže naravna števila kot števila, namenjena štetju,
- se seznani z razvojem zapisovanja števil skozi različne kulture,
- se seznani s primernimi dejavnostmi, prek katerih lahko otroci v vrtcu spoznavajo naravna števila.

Predvideno predhodno znanje: Dijak pozna množico naravnih števil.

Čas izvedbe: 3 šolske ure

Motivacija
Ljudje so zgodaj začeli šteti predmete, pridelke in živali. Ljudje so za štetje in računanje najprej uporabljali prste. Prvotno je štetje obsegalo samo štetje do 4 ali 5 po sistemu 1, 2, 2+1, 2+2, 2+2+1, »mnogo«. Tak sistem številnikov imajo jeziki nekaterih prvotnih ljudstev, npr. v Avstraliji, Papui-Novi Gvineji, porečju Amazonke. Odsev takega sistema so tudi slovnična števila v slovenščini: ednina, dvojina, množina. Na prvotni stopnji so ljudje shajali samo s temi števili.
Pozneje so ljudje delali vozle na vrvicah in na palice zarisovali črtice. Dokaz za to so še danes ohranjene kosti in rogovi, na katerih so zarisane zareze. Zaradi lažjega štetja so ljudje določeno število zarez zaokrožili v večjo enoto (kot so včasih zaporniki pri štetju dni na zidu prečrtali 6 črt oziroma dni z daljšo črto, kar je predstavljalo 7 dni ali en teden). Tako so bili 4 »prsti« za eno »dlan«, 2 dlani za en »pedenj«, 7 dlani za eno »laket«.



Slika 2: Igrača za učenje štetja

Ko se je menjalno gospodarstvo razvilo, so ljudje potrebovali čedalje več številnikov. Ti pa niso same enostavne besede, ampak so sklopi. Npr., petsto triinšestdeset je sklop naslednjih glavnih številnikov pet, sto, tri, šest, deset: pet krat sto + tri + šest krat deset. Torej so osnovni glavni številniki naslednje besede: ena, dve, tri, štiri, pet, šest, sedem, osem, devet, deset, sto, tisoč, milijon, … . Največjo vlogo ima beseda *deset*, pravimo, da je deset osnova številskega sistema v slovenščini. Še veliko drugih jezikov ima ravno tako osnovo deset, vendar ne vsi. Nekateri jeziki v Severni Ameriki (indijanski, inuitski, …) imajo osnovo 5. V nekaterih evropskih jezikih poleg osnove deset enakopravno nastopa še osnova dvajset, npr. v irskem, baskovskem, delno v francoskem in albanskem. Razlaga za te osnove: na roki je 5 prstov, na obeh rokah 10, na rokah in nogah 20.

V nekaterih jezikih je delno prisotna tudi osnova 12, npr. v angleščini in nemščini (spomnimo se, da Angleži štejejo od 13 naprej drugače, kot 11 in 12). Razlaga: štetje členkov na desnici s palcem. Sled takega štetja sta tudi številnika *ducat* in *gros* (12 in 144). V sumerskem in kasneje babilonskem jeziku je poleg osnove deset nastopala še osnova šestdeset. Za to še ni enotne razlage. Ena od razlag pravi, da do 60 preštejemo, če na desni roki štejemo po členkih, na levi pa s prsti štejemo ducate: $5 \cdot 12 = 60$. Po drugi razlagi pa ima število 60 veliko deliteljev, in sicer 2,3,4,5,6,10,12,15,20 in 30. Babilonci so imeli že razvit sistem merskih enot – naravno s pretvornikom 60. Ostanek tega so naše merske enote za čas in kot: 1h = 60 min = 3600 s.

Teorija

Naravna števila so cela pozitivna števila, kot so 1, 2, 3, 4 … Naravna števila uporabljamo kot glavne in vrstilne številnike. Sestavljajo naravno zaporedje števil. Med naravnimi števili razlikujemo soda oziroma parna, liha oziroma neparna, sestavljena števila ter enostavna števila ali praštevila. Neskončno mnogo jih je. Največjega naravnega števila ni.

Večkratniki

$v_5 = \{5,10,15,...\}$

Splošni zapis množice večkratnikov poljubnega števila:
$v_a = \{1 \cdot a, 2 \cdot a, 3 \cdot a, 4 \cdot a, ...\}$ *ali* $v_a = \{k \cdot a,\ k \in \mathbb{N}\}$

Delitelji $\mathbb{N}$

Število a je delitelj števila b natanko takrat, kadar je število b večkratnik števila a.

$$\begin{aligned} 24 &= 1 \cdot 24 \\ &= 2 \cdot 12 \\ &= 3 \cdot 8 \\ &= 4 \cdot 6 \end{aligned} \qquad D_{24} = \{1,2,3,4,6,8,12,24\} \qquad D_{36} = \{1,2,3,4,6,8,12,18,36\}$$

Pravila za deljivost

Ponovi pravila za deljivost.

Praštevila in sestavljena števila

Števila, ki imajo natanko dva delitelja, so praštevila.
Števila, ki imajo več kot dva delitelja, so sestavljena števila.
Število 1 ni niti praštevilo niti sestavljeno število.
Razcep na prafaktorje

$$\begin{aligned} 24 &: 2 = 12 \\ 12 &: 2 = 6 \\ 6 &: 2 = 3 \\ 3 &: 3 = 1 \end{aligned} \qquad 24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$$

Skupni delitelji in največji skupni delitelj

Največji skupni delitelj števil 24 in 18 je število 6.
$D(24,18)=6$
Števili a in b sta tuji si števili, če velja $D(a,b)=1$.

Skupni večkratniki in najmanjši skupni večkratnik

Najmanjši skupni večkratnik števil 4 in 6 je število 12.
$v(4,6)=12$

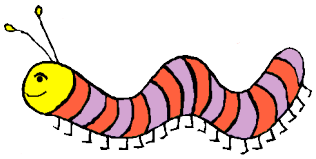
Dejavnosti za utrditev snovi

Reševanje nalog:

1. Zapiši prvih 15 elementov množice V_3 in prvih 6 elementov množice V_{12}. Kaj opaziš?
2. Zapiši množico D_4 in množico D_{12}. Primerjaj množici med seboj. Kaj opaziš?
3. V prazna polja vpiši kljukice ali križce.

Število deljivo z:	2	3	4	5	6	9	10	25	100	1000
2456										
33300										
2242										
3405										
234000										
5364										

4. Razcepi na prafaktorje število 360.
5. Določi $D(54,90)$.
6. Poišči pet parov tujih si števil.
7. Določi $v(45,60)$.
8. Kako bi 6 otrokom razdelil 18 jabolk in 24 hrušk, da bi vsak otrok dobil enako število jabolk in hrušk?
9. Koliko nog ima stonoga?



Slika 3: Stonoga

Dejavnosti za delo v vrtcu

− Preštevanje otrok v zaporedju, v parih, po tri skupaj …,
− določenemu številu otrok razdelimo določeno število predmetov a in določeno število predmetov b tako, da ima vsak otrok enako število predmetov a in b,
− spreminjamo število otrok, število predmetov a in število predmetov b,
− pogovori o številkah,
− branje pesmi in zgodb, kjer nastopajo števila.

Preverjanje znanja

Naloge iz teorije (utrjevanje snovi).
Dijak sestavi in reši nalogo s področja lastnosti naravnih števil, opremljeno z ustreznim besedilom iz vsakdanjega življenja v vrtcu.

Viri

- Skrivnosti števil in oblik 7 – Učbenik za 7. razred
- Internet: Kvarkadabra – časopis za tolmačenje znanosti
- Wikipedija

3. Osnove štetja

Učna tema: Števila in štetje
Učni cilji
Dijak:

- pozna faze štetja, skozi katera napreduje otrok,
- pozna strategije štetja, ki jih uporabljajo otroci,
- zna poiskati primere za utrjevanje štetja v vsakodnevni rutini v vrtcu,
- zna poiskati primere in dejavnosti, s katerimi bi utrjevali štetje otrok v vrtcu.

Predvideno predhodno znanje: Množica naravnih števil, rimske številke

Čas izvedbe : 2 šolski uri

Motivacija

Dijakom postavimo nalogo. Namesto s števili naj dijaki štejejo s črkami. Številu ena priredimo črko A, številu dva črko B … Tako naj odgovarjajo na vprašanja, kot so na primer:
Koliko nog ima žirafa?
Koliko je C + E ?
Za koliko je I večji od D?
Skupaj razmislimo, zakaj je takšno preštevanje tako težko.

Motivacija



Slika 4: Rovaš – pripomoček za štetje v preteklosti

Z dijaki si ogledamo različne znake, ki so jih za zapisovanje uporabljali Egipčani, Grki, Babilonci … Podrobneje se ustavimo pri zapisu, ki so ga uporabljali Rimljani, saj ta zapis še vedno uporabljajo (tarok, zapisi letnic: letnica nastanka stavbe, v kateri je naša šola – MCMVIII, poimenovanje šole − III. gimnazija Maribor).

I	1 (ena)
V	5 (pet)
X	10 (deset)
L	50 (petdeset)
C	100 (sto)
D	500 (petsto)
M	1000 (tisoč)

Če znak, ki označuje manjše število, stoji desno od znaka, ki označuje večje število, pomeni, da moramo to število prišteti k večjemu, če pa stoji levo, pomeni, da moramo odšteti.

Dijaki poskusijo računati z rimskimi številkami − ugotovijo, da je tako težko primerjati števila po velikosti (število, zapisano z več znaki, je lahko manjše kot število, zapisano z enim znakom) in težko računati. Zato je bilo smiselno vpeljati današnji – mestni zapis zapisovanja števil. Dijaki pretvarjajo številke iz enega sistema v drugi sistem, da bi bolje razumeli naše današnje zapisovanje števil.

Teorija

Otrokovo prepoznavanje števil in štetje

Prepoznavanje števil in štetje se pri otroku začne že pred doseženim prvim letom starosti in ostaja osrednje zanimanje večine otrok v vrtcu do prehoda v šolo. Močno je povezano s kognitivnim in motoričnim razvojem otrok. Otroci se razvijajo individualno in dosegajo mejnike znanja ob zelo različnih starostih. Otroci prihajajo iz različnih domačih okolij. Razvoj znanj, ki so vezana na načrtne pogovore z odraslimi, na njihove vzpodbude in razpoložljivo literaturo, kot je tudi štetje, se lahko med otroki precej razlikuje zaradi manj ali bolj vzpodbudnih razmer doma. Naloga vrtca je, da prepozna okoliščine doma in spretno premosti pomanjkanje izkušenj tako, da otroka pri tem ne izpostavi.

Prepoznavanje števil

Otrokov razvoj prepoznavanja števil se loči od razvoja štetja. Naštevanje števil še ni štetje. Otrok od rojstva dalje spoznava imena za števila in se jih uči, kasneje se uči še njihovo pravilno zaporedje. Števila izgovarja, ponavlja in šele kasneje zapiše s simbolom za število. Prehod čez deset tako v izgovarjanju števil ne pomeni nobene težave, saj otroku ni potrebno razumeti koncepta desetiškega sistema zapisovanja števil nad 10 z dvema znakoma. Otrok števila zaznava slušno in vidno in predvsem potrebuje od vzgojiteljice mnogo priložnosti za to. Otrok se začne zavedati števil v pesmicah, pravljicah, v vsakdanjem pogovoru (pet prstov, dve nogi in dva čevlja, vsi trije člani družine, šest nog ima mravljica) ter zapisanih števil v svoji okolici, ne da bi jih nujno povezoval s štetjem: številka igralnice, številka telefona svoje mame, števila na embalaži sokov in hrane, tudi številki pri tekmovanjih, števila na igračah, števila na prometnih znakih, na hišnih številkah, v zapisih ure, datuma, leta (npr. vabila staršem na sestanek).

Štetje

Ločeno od števil se otrok uči prirejati objekte med seboj (k vsaki skodelici po ena žlička), kar se nadaljuje s prirejanjem pojma konkretnemu objektu, ter nadaljuje s prirejanjem besed za števila posameznim objektom. V starosti okoli 4 let, ki pa se lahko precej razlikuje med otroki, otrok spozna, da zadnje število, ki ga je izgovoril pri preštevanju, pomeni število preštetih objektov. Do takrat je zanj štetje le proces prirejanja (bijektivna preslikava med objekti in imeni za števila v pravem zaporedju). Za razliko od "pesmice števil", ki jo otrok z veseljem deli z odraslimi, štetje postane otroku potrebno pri igranju in ga včasih ne pokaže odraslim kar tako.

Za štetje je tudi značilno, da otrok hitro razume povratno informacijo odraslega o tem, ali je pravilno prepoznal števila, preštel pravilno in ali nekaj že zna, saj je rešitev nedvoumno pravilna ali napačna.

Pri spremljanju otrokovega razvoja štetja je zelo pomembno, da vzgojiteljica dobro razume posamezne korake učenja in pred otroka ne postavlja previsokih pričakovanj, pri mlajših predvsem v povezovanju izgovarjanja števil in štetja, pri starejših pa v povezovanju zapisovanja števil in štetja.

Ker otrok potrebuje povratno informacijo od odraslega o svojem napredovanju, vzgojiteljica poišče priložnosti, da neformalno ugotavlja, kako otrok šteje. Skupno štetje ter igre, ki posebej vzpodbujajo ali temeljijo na štetju, so v tem obdobju mnogo boljše sredstvo za ugotavljanje znanja kot pričakovanje vzgojitelja, da bo otrok nekaj glasno in pravilno preštel po naročilu.

Čeprav je štetje primarna matematična dejavnost v celotnem obdobju šolanja, mora v vrtcu ostati na ravni ponujanja izkušenj s povratnimi informacijamu otroku o dosežku in ne sme biti namenjena doseganju določenega znanja zaradi prehoda v šolo. Otroci naj pri igranju in življenju v vrtcu prepoznajo pomen štetja in števil in se tega naučijo zaradi lastne potrebe in ne na zalogo.

Šest korakov v procesu štetja

Štetje je zapleten proces, ki poteka v šestih korakih. Šele, ko otrok usvoji vseh šest korakov, zna šteti.

Če mora otrok prešteti, koliko rdečih bombonov je v vrečki, je treba:

- poiskati skupno lastnost bombonov, ki jih bomo šteli;
- razvrstiti bombone v dve skupini – rdeče in ne rdeče;
- urediti rdeče bombone tako, da jih bomo lahko šteli (na primer v niz);
- poznati imena za števila po vrsti (1, 2, 3, ne pa 1, 5, 3);

- povezati en bombon z eno številko (bijekcija);
- zadnjo številko pri štetju uporabiti za odgovor.

Pri tem otrok uporabi pomembna **načela štetja**:
- Pri štetju ne smemo nobenega elementa izpustiti in nobenega šteti dvakrat.
- Štetje je neodvisno od narave predmetov, ki jih štejemo (enako močnim množicam priredimo isto število).
- Štetje je neodvisno od vrstnega reda (ni pomembno, kje začnemo šteti).

Skozi svoj razvoj otrok gre skozi različne **faze štetja**:
- Prešteva predmete tako, da na njih pokaže in pri tem govori: ta in ta in ta …
- Predmetom doda imena (avto, drevo, hiša …).
- Namesto imen pove imena za število: 3, 1, 5 …
- Prešteva stvari, ne ve pa, da je odgovor število, ne štetje.
- Okoli petega leta večina otrok usvoji pojem štetja.

Otrok pri štetju uporablja različne **strategije**, ki se razvijajo postopoma:
- Šteje predmete, ki jih lahko premika (predmeti so postavljeni v vrsto, gručo …).
- Šteje stvari, ki se jih lahko dotakne, ne more pa jih premakniti (na primer slike v knjigi).
- Šteje stvari, ki jih vidi, ne more pa se jih dotakniti (na primer luči na stropu).
- Šteje stvari, ki jih ne vidi (po spominu, na primer člane njegove družine, če ni z njimi).

Dejavnosti za utrditev snovi

- Pregled literature s področja kognitivnega razvoja otroka v prvih letih; pregled otroške literature (knjige, pesmi, izštevanke) za razvijanje števil in štetja; seznanitev s cilji šole v prvi triadi na področju štetja;
- Načrtovanje iger za štetje; izdelovanje plakatov o številih in za štetje; načrtovanje pogovorov z otroki o njihovem štetju; priprava materialov, igrač in priložnosti za vaje iz bijektivnega prirejanja pri mlajših otrocih
- Načrtovanje priložnosti za štetje v vrtcu: priprava mize, štetje in beleženje prisotnosti otrok v vrtcu; opazovanje števil v vrtcu in okolici

Dejavnosti za delo v vrtcu

Dijaki za vsako strategijo štetja zapišejo po tri nove primere ter v parih razmislijo in zapišejo, kje lahko otroke usmerijo k dejavnosti štetja v vsakodnevnih dejavnostih v vrtcu:
- pri prihodu v vrtec (*na primer ura prihoda, preštevanje gumbov …*),
- med obroki (*na primer preštejejo sebe in potrebni pribor, štejejo zajemalke juhe …*),
- pri pripravi na spanje in počitek (*na primer ura, število ležalnikov v vrsti …*),
- na odhodu na sprehod (*na primer dogovorijo se, kaj bodo šteli: rdeče avtomobile, stopnice, koliko prehodov bodo prečkali …*),
- pri bivanju zunaj (*na primer štetje korakov, oken na bližnji hiši, poskokov …*),
- razmislijo o materialih in dejavnostih, ki spodbujajo k štetju.
- Za domačo nalogo dijaki napravijo plakate za spodbujanje štetja. Pri tem naj ob plakatu razmislijo o tem, kaj naj bi plakat dosegel, kam ga bodo obesili in kaj naj bo na njem. Plakat lahko ocenimo.

Predlogi:

- telefoni, ploščice s številkami, plastični denar, papirnate torte, na katere lepijo svečke ob rojstnih dnevih, plakati s tipičnim številom predmetov (2-noge, 4-kolesa na avtu, 5-prsti …), abak …;
- družabne igre (tombola, domine, sestavljanke, Človek, ne jezi se …);
- igre, kot so na primer Ugani, koliko gumbov imam v roki, Hodi in štej − igre so opisane na spletni strani http://sinica.ijs.si/matport/index.php?izbor=Starsi;
- izštevanke ali pesmice, na primer Pet majhnih rack odšlo je na potep, Ta pravi pijmo, ta pravi jejmo …, An ban, pet podgan …

Preverjanje znanja

Naloge iz teorije o naravnih številih.
Izdelava plakata za otroke za spodbujanje štetja.
Opis dejavnosti, iger in igrač v vrtcu za spodbujanje štetja.

Viri

Kurikulum za vrtce
T. Hodnik Čadež: Cicibanova matematika
M. Cotić, T. Hodnik Čadež, Darjo Felda: Igraje in zares v svet matematičnih čudes
Pamela Liebec: Kako djeca uče matematiku
J. Ferbar: Štetje
I. Zajc, M. Koželj: Matematika v srcu umetnosti
Kavka, Rogelj, Pavlič, Šparovec: Linea
http://sinica.ijs.si/matport/index.php?izbor=Starsi
Barbara Japelj Pavešič: Otrok v vrtcu (priročnik h kurikulu za vrtce)

4. Bijektivne preslikave med množicami

Učna tema: Števila

Učni cilji
Dijak:
- pozna pojem preslikave med množicami,
- loči injektivno, surjektivno in bijektivno preslikavo,
- pozna situacije in dejavnosti v vrtcu za spoznavanje otrok z bijektivnimi preslikavami.

Predvideno predhodno znanje: Množice, Vennovi diagrami

Čas izvedbe: 2 šolski uri

Motivacija

Dijaki se večkrat sprašujejo, kje bodo neko snov potrebovali v življenju. Pri tej uri spoznajo, da obstaja globoka povezava med matematiko in vsakdanjim življenjem. S preslikavo 1-1 se nevede srečamo, še preden vstopimo v igralnico.

Primer: Vzgojiteljica pripravi nalepke s privlačnimi slikicami (ptička, srnica, dežnik, sonce, medvedek …). Otrok si izbere slikico in si jo nalepi na prosto mesto v garderobi.

Vprašanja:
Koliko nalepk mora pripraviti vzgojiteljica?
Ali lahko pripravi dve enaki nalepki?
Kakšne težave bi bile, če bi dva otroka dobila povsem enaki sličici?
Ali lahko vzgojiteljica s pregledom garderobe ugotovi, kateri otroci so ta dan v vrtcu in katerih ni?

Teorija

Pojem preslikave: Preslikava f množice A v množico B je predpis, po katerem vsakemu elementu iz množice A pripada natanko določen element iz množice B.

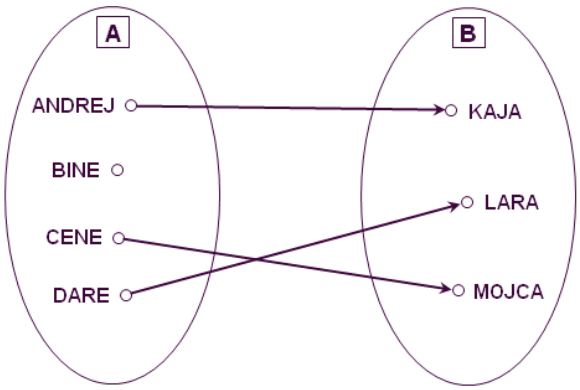
Preslikava $f : A \to B$ je surjektivna, če je vsak element iz množice B slika najmanj enega elementa iz množice A.

Preslikava je $f : A \to B$ injektivna, če poljubno različna elementa iz množice A preslika v različna elementa iz množice B.

Preslikava je bijektivna, če je hkrati injektivna in surjektivna. Vsak element množice A se preslika v natanko en element množice B. Taki preslikavi rečemo tudi prirejanje 1-1.

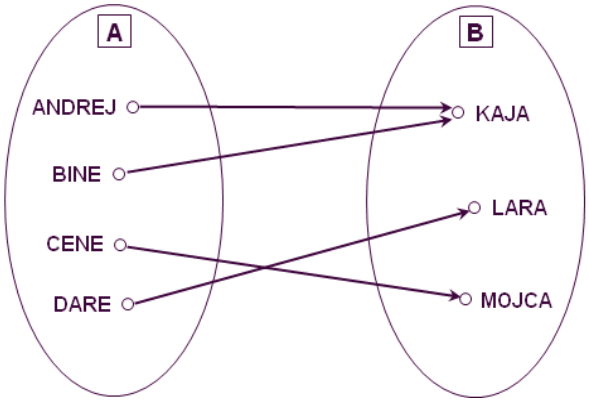
Dejavnosti za utrditev snovi
Dijaki s pomočjo naslednje vaje utrdijo pojem bijektivne preslikave.
V petek zvečer so se Andrej, Bine, Dare, Katja, Lara in Mojca odpravili na ples. Kako so sestavljali pare, opišimo z matematičnim jezikom. Fantje bodo elementi množice A, dekleta pa naj sestavljajo množico B. Ugotovi, katera preslikava je bijektivna (1-1).

Prvi ples je Andrej plesal s Kajo, Cene z Mojco in Dare z Laro, Bine pa je ostal praznih rok.



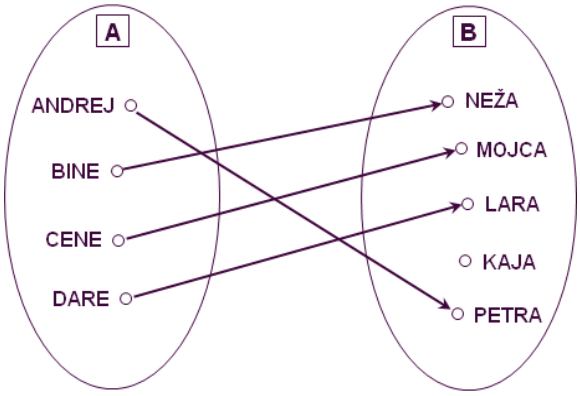
Shema 1: Ni preslikava

Ker je bil Bine ves nesrečen, nihče pa mu ni hotel prepustiti soplesalke, se je pri drugem plesu kar pridružil Andreju in si skupaj z njim delil soplesalko Kajo.



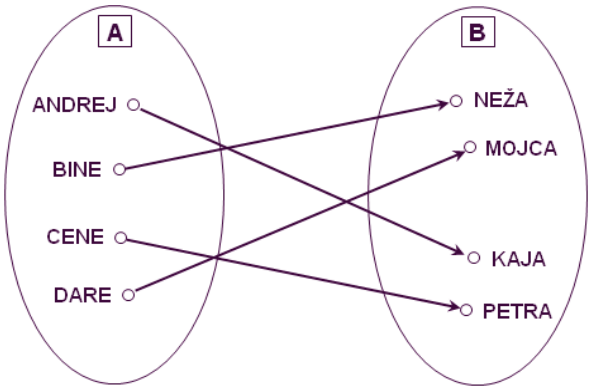
Shema 2: Surjektivna preslikava

Pri tretjem plesu sta se druščini pridružili še dve dekleti: Neža in Petra. Andrej se je odločil za Petro, Bine za Nežo, Cene in Dare sta vztrajala pri svojih soplesalkah. Kaja je tokrat ostala brez soplesalca.



Shema 3: Injektivna preslikava

Kaja je morala kmalu domov. Tako so na plesu ostali štirje fantje in štiri dekleta in težav je bilo konec. Vsak fant je dobil svojo soplesalko: Andrej Kajo, Bine Nežo, Cene Petro in Dare Mojco.



Shema 4: Bijektivna preslikava

Dejavnosti za delo v vrtcu

Dijak izdela pobarvanko, kjer različne barve označi z različnim številom pik. Otroci naredijo obris roke. Vsak prst povežejo z ustreznim imenom (palec, kazalec, sredinec, prstanec, mezinec).

Postavimo vprašanja:
Ali lahko imata dva različna prsta isto ime?
Ali so vsa imena dobila svojega lastnika?
Izdelava domin, kjer število pik povežemo s številom stvari.
Izdelava igre Spomin, kjer par predstavlja enako število pik in enako število stvari.
Igrica, kjer štejemo s pomočjo prstov:

- Piagetov kovanec − s to dejavnostjo lahko preverjamo v vrtcu, ali otroci razumejo prirejanje 1-1. Na ravno površino postavimo pet kovancev v dve vodoravni vrsti. Razporedimo jih v različne razdalje:


Slika 5: Isto število kovancev v dveh vrstah – prirejanje ena-ena

Otroke vprašamo: Ali je v obeh vrstah enako število kovancev?

Pogosto otroci povedo, da ima zgornja vrsta več kovancev. Otroci mislijo, da je v daljši vrsti več kovancev.
Kovance v zgornji vrsti postavimo enega pod drugega in jim znova postavimo enako vprašanje. Postopek lahko večkrat ponovimo. Otroci bodo sčasoma razvili koncept prirejanja1-1.

Preverjanje znanja

Naloge za preverjanje razumevanja preslikave.
Dijak prepozna in poišče primere bijektivne preslikave (1-1) v vsakodnevnem življenju v vrtcu.
Izdela pripomoček, pri katerem otroci uporabijo preslikavo 1-1.
Opiše igre in druge dejavnosti za otroke, ki so primerne za spoznavanje in dojemanje (bijektivne) preslikave.

Viri

R. Brilej in drugi: Alfa 2
T. Hodnik Čadež: Cicibanova matematika
Pedagoški inštitut: Korak za korakom
Kurikulum za vrtce

5. Število 0 (nič)

Učna tema: Obravnava osnovnih značilnosti naravnih in celih števil

Učni cilji
Dijak:
- utrdi znanje o osnovnih značilnostih naravnih in celih števil,
- spozna dejavnosti za otrokovo spoznavanje in dojemanje števila nič.

Predvideno predhodno znanje: Dijak pozna množico naravnih števil.

Čas izvedbe: 2 šolski uri

Motivacija

0 (*nìč*) je celo število, ki je predhodnik števila 1 in naslednik števila −1. Število 0 je večje od vseh negativnih celih števil in manjše od vseh pozitivnih celih števil. Število 0 ni niti pozitivno niti negativno.

V splošnem število 0 ni naravno število. Na nekaterih področjih matematike (teorija množic, logika in računalništvo) včasih privzamemo, da je tudi 0 naravno število.



Slika 6: Ničla

Maji so že pred tisoč leti poznali znak za nič, Babilonci pa so zanj uporabljali prazen prostor. Med rimskimi števili ne najdemo ničle. Današnji znak in uvedbo ničle kot števila pripisujejo indijskim matematikom.
Nič je ime (glavni števnik) za število 0. Nič pa ima tudi druge pomene (po SSKJ):
- kar ne obstaja, ne biva,
- izraža zelo majhno vrednost,
- v medicini označuje krvno skupino nič (0),
- izraža izhodiščno vrednost na merilni lestvici med pozitivnim in negativnim.

Teorija

Pravila za računanje z 0:
Seštevanje: $a+0=a$ in $0+a=a$. (0 je nevtralni element za seštevanje.)
Odštevanje: $a-0=a$ in $0-a=-a$.

Množenje: $a \cdot 0 = 0$ in $0 \cdot a = 0$.

Deljenje: $0 : a = 0$ za vsak $a \neq 0$. Če je $a \neq 0$, izraz $a : 0$ nima smisla. Rezultat tega deljenja bi bilo namreč tako število b, da bi bilo $b \cdot 0 = a$. Izraz $0 : 0$ pa ima smisel, samo ni določen (definiran). Rezultat tega deljenja je katerokoli število, saj vedno dobimo 0, če katerokoli število pomnožimo z 0.

Potenciranje: $a^0 = 1$, razen primera $a = 0$, ko je rezultat nedoločen. Za vsak pozitiven realni a velja $0^a = 0$.

Dejavnosti za utrditev snovi

Dijaki se pogovarjajo o različnih dogodkih, ki bi lahko predstavljali število 0. Dogodke analizirajo in razmislijo o ustreznosti.

Število 0 kot razlika med dvema enakima številoma.

$$10 - 10 = 0$$

Tonček ima 10 frnikol, s katerimi se igra na igrišču. Pa prihrumi Marko in vzame Tončku vseh 10 frnikol. Koliko frnikol ima zdaj Tonček? Bi bilo z ničlo (rezultatom) kaj drugače, če bi imel Tonček bombone, ki bi jih Marko (ali Tonček) pojedel?

Število 0 kot vsota negativnega in pozitivnega števila.

$$-500 + 500 = 0$$

Bančni uslužbenec mi je telefoniral, da imam na osebnem bančnem računu 500 evrov minusa. Takoj sem odšel v banko in na bančni račun položil 500 evrov, ki sem si jih izposodil od prijatelja. Na bančnem računu imam zdaj ničlo. Bi bilo z ničlo (rezultatom) kaj drugače, če bi si denar izposodil od prijatelja ali pa bi ga zaslužil?

Število 0 kot vsota pozitivnega in negativnega števila.

Če spojimo dve enaki kovinski kocki (ploskvi skupaj), ki sta segreti na +20 °C in −20 °C, bo temperatura na stičnih ploščah po stiku 0 °C.

Pogovori o verjetnosti, da se zgodi nemogoč dogodek.

Verjetnost, da bomo na lotu zadeli glavni dobitek, če ne igramo lota, je enaka ničli.
Malo za šalo, malo zares.

Kako si predstavljamo račun $5 - 15 + 10 = 0$? Na 1. avtobusni postaji vstopi 5 potnikov v prazen avtobus, na 2. postaji 15 potnikov izstopi, na 3. postaji vstopi 10 potnikov in avtobus je prazen.

Dejavnosti za delo v vrtcu

Vzgojiteljica postavi pred otroka škatlice s palčkami, pokaže na eno izmed škatlic in vpraša otroka: »Koliko palčk je v tej škatlici?« Otrok pove število. Vzgojiteljica pokaže še na druge škatlice in sprašuje otroka o številu palčk v posamezni škatlici. Otrok odgovarja. Vzgojiteljica pokaže še na prazno škatlico in vpraša otroka koliko palčk je v tej škatlici. Otrok odgovori: »Nič,« ali »Nobene palčke,« ali »To je prazno.« Vzgojiteljica pove, da vse to pomeni »nič«.

Za utrjevanje pojma nič otroci plosknejo dvakrat, trikrat, niti enkrat ali pokažejo en prst, dva prsta, nič prstov.

Dijaki za domačo nalogo razmislijo o načinih in dejavnostih, s katerimi bi z otroki obravnavali število 0.

Preverjanje znanja

Dijak predstavi število 0 z različnimi ponazoritvami (razlika med enakima številoma in dogodek, ki se ne zgodi v nasprotju z dogodkom, ki se ponovi večkrat).

Dijak predstavi načine in dejavnosti, ki bi omogočali pravilno otrokovo dojemanje števila 0.

Viri

Učbenik za 7. razred: Skrivnosti števil in oblik 7
Internet: Kvarkadabra – časopis za tolmačenje znanosti
Wikipedija

6. Pojem neskončnosti

Učna tema: Matematična opredelitev pojma neskončnosti

Učni cilji
Dijak:
- razmišlja o neskončnosti kot pojmu, ki se pogosto pojavi v vsakdanjem življenju,
- loči pojem števne in neštevne neskončnosti, pozna primere števne in neštevne neskončnosti;
- se zaveda, da se s pojmom neskončnosti srečujejo tudi otroci tako v vsakdanjem življenju kot v otroški literaturi;
- pozna načine in dejavnosti, s katerimi bi otrokom približali pojem neskončnosti.

Predvideno predhodno znanje: Dijaki poznajo množice naravnih števil, množice točk, pojem zveznosti.

Čas izvedbe: 2 šolski uri

Motivacija

Neskončnost je pojem, ki se vedno znova pojavlja v najrazličnejših filozofskih, matematičnih in fizikalnih razpravah, a ga vedno obkrožajo same težave in protislovja. Ljudje neskončnosti ne moremo neposredno dojeti, kot je to običajno pri drugih pojmih, ampak si jo predstavljamo le posredno. Beseda neskončnost se pogosto pojavi v literaturi (v zgodbah, pesmih), v vsakodnevnih frazah, citatih.



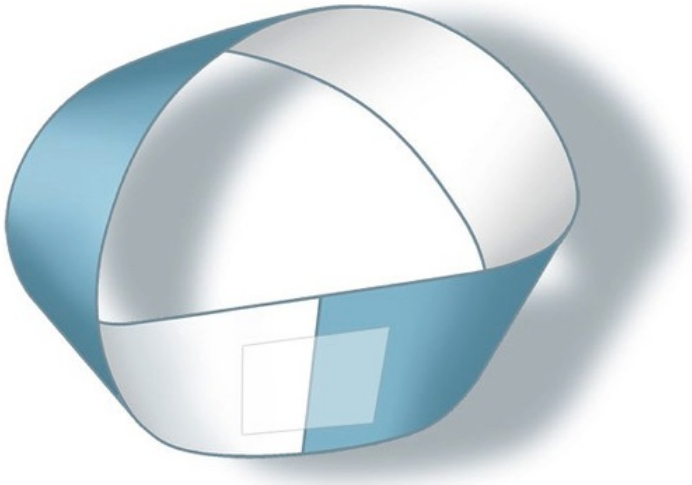
Slika 7: Pot brez konca

Z dijaki preberemo in se pogovorimo o stavkih, v katerih se pojavi pojem neskončnosti. Dijaki poiščejo fraze, besedne zveze, kjer nastopa beseda neskončno.

Frane Milčinski: Zvezdica Zaspanka
Boris A. Novak: Čarovnije sveta
Albert Einstein: Samo dve stvari sta neskončni: vesolje in človeška neumnost – za vesolje nisem povsem prepričan.
V vsakdanjem življenju govorimo o neskončnosti, kadar je določenih stvari tako veliko, da jih ni možno prešteti. Tako pravijo, da je na svetu neskončno mnogo vodnih kapljic, saj jih nihče ne more prešteti.

Teorija

Neskončno je lastnost ne biti omejen ali ne imeti mej v prostoru in času.
Simbol za neskončnost: ∞ (Möbiusov neskončni trak)



Slika 8: Möbiusov neskončni trak

V matematiki ima beseda neskončnost drugačen pomen kot v vsakdanjem življenju. Matematično neskončnost je raziskoval matematik Georg Cantor (1845-1918), mi bomo sledili njegovim idejam. Videli bomo, da množica vodnih kapljic v matematičnem smislu ni neskončna, ampak je končna.

Najprej premislimo, kako bi matematično opisali štetje elementov neke množice *M*. Štejemo tako, da
- vsak element štejemo samo enkrat,

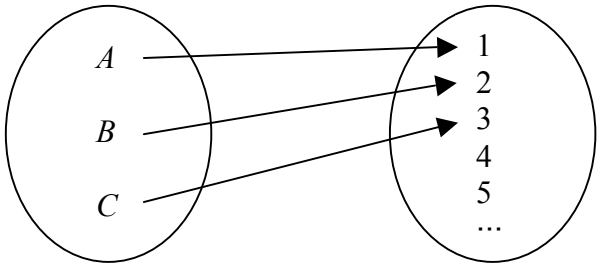
- različna elementa označimo z različnima številoma in
- štejemo po vrsti od prvega naprej.

Z drugimi besedami je štetje taka preslikava $f\colon M \to \mathbb{N}$ množice M v množico naravnih števil $\mathbb{N}$, da je

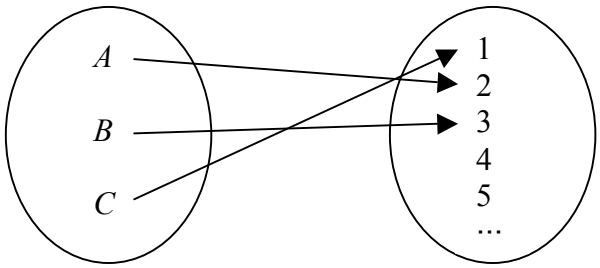
- injektivna in
- je za vsako število $f(x)$ iz zaloge vrednosti preslikave f v zalogi vrednosti tudi predhodnik tega števila. Na primer, če smo pri štetju prišli do stotega elementa, je med elementi množice gotovo tudi devetindevetdeseti, zato pa tudi osemindevetdeseti, … do prvega.

Za zgled si oglejmo množico otrok, ki jo sestavljajo Andraž, Barbara in Ciril. Nekaj različnih načinov štetja predstavljajo naslednje preslikave f, g in h:

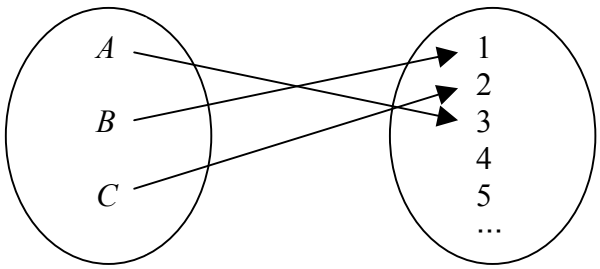
preslikava f :



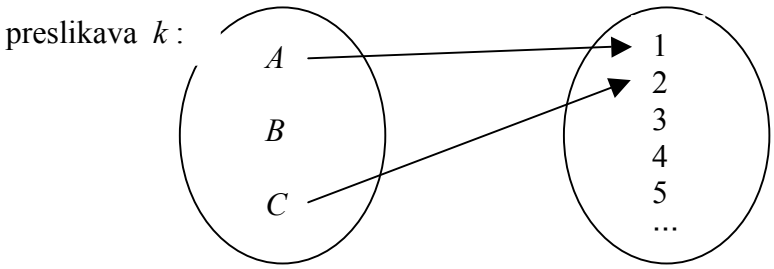
preslikava g :



preslikava h :



Vse tri preslikave imajo zalogo vrednosti $\{1, 2, 3\}$. To se ujema z našo vsakdanjo izkušnjo, da kakor koli štejemo, vedno pridemo do istega rezultata. Preslikave f, g in h so bile povsod definirane, ker smo prešteli vse otroke. Za naprej se dogovorimo, da dopuščamo tudi preslikave, ki niso povsod definirane; taka preslikava pomeni štetje, pri katerem ne pridejo na vrsto vsi elementi. Primer je na spodnji sliki; pri preslikavi k Barbare ne štejemo.



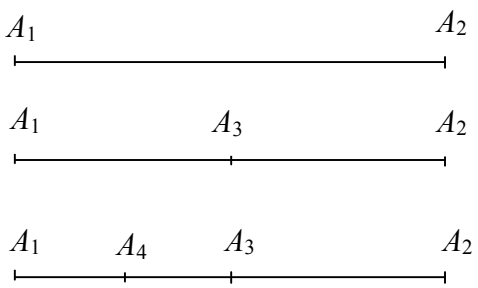
Množica, ki jo sestavljajo Andraž, Barbara in Ciril, je *končna*. Štetje se namreč konča pri 3, ki je največje število v zalogi vrednosti. Število 4, ki je naslednik števila 3, ni več v zalogi vrednosti. Splošno rečemo, da je neka *množica* končna, kadar ima pri vsakem štetju zaloga vrednosti največje število – to je tako število, da njegov naslednik ni več v zalogi vrednosti.

Za zgled si oglejmo množico vseh vodnih kapljic na svetu. Vodna kapljica ne more biti manjša od molekule vode. Voda ima atomsko maso 18 u (daltonov), $1\text{u} = 1{,}66\ 10^{-27}$ kg. Masa vodne molekule je potem $3 \cdot 10^{-26}$ kg. Masa Zemlje je 5,98 jotagramov = $5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg. Masa vse Zemlje je gotovo večja od mase vse vode na njej. Masi delimo, dobimo rezultat $2 \cdot 10^{50}$, ki je sicer ogromno število, vendar končno. Pri nobenem štetju se število $2 \cdot 10^{50}$ ne more pojaviti v zalogi vrednosti. To pomeni, da je množica vseh vodnih kapljic v matematičnem smislu končna, čeprav je zelo velika in je nihče ne more prešteti.

Če množica ni končna, pravimo, da je *neskončna*. Pri neskončni množici se štetje nikdar ne ustavi. Z drugimi besedami, zalogo vrednosti sestavljajo vsa naravna števila. Takih množic ni v naravi, ampak živijo v matematičnem svetu.

Za zgled si oglejmo množico naslednjih števil: 10, 100, 1000, 10000, itd. To so vsa mogoča števila, ki jih zapišemo z enico, njej pa sledijo ničle. Množico vseh takih števil označimo z D. Zamislimo si preslikavo f: $D \to \mathbb{N}$, ki vsakemu številu iz množice D priredi število ničel v njegovem zapisu. Na primer, $f(10) = 1$, $f(100) = 2$, $f(1000) = 3$ itd. Zalogo vrednosti preslikave f sestavljajo vsa naravna števila. Res, če je v zalogi vrednosti neko naravno število, na primer 99, je v njej tudi naslednik, tj. 100. Številko s 100 ničlami namreč dobimo tako, da številu z 99 ničlami pripišemo še eno ničlo. Torej je zaloga vrednosti preslikave f množica vseh naravnih števil, kar pomeni, da je množica D neskončna.

Drugi zgled je množica A_1A_2 vseh točk na daljici s krajiščema A_1 in A_2. Razpolovišče te daljice označimo z A_3. Mislimo si daljico A_1A_3 s krajiščema A_1 in A_3, njeno razpolovišče označimo z A_4. Nadalje naj bo A_5 razpolovišče daljice A_1A_4, A_6 razpolovišče daljice A_1A_5 in tako naprej. Točke A_1, A_2, A_3, A_4, … so vse različne in ležijo na daljici A_1A_2. Zamislimo si preslikavo g: $A_1A_2 \to \mathbb{N}$, ki za vsako naravno število $n \in \mathbb{N}$ točki A_n priredi to število n. Ker vsaki točki sledi še ena, je zaloga vrednosti preslikave g vsa množica naravnih števil, torej je množica točk na daljici A_1A_2 neskončna.



Zanimivo je, da obstajajo različni tipi neskončnosti. Za nekatere množice obstajajo preslikave, ki so definirane na vsej množici. Tak primer je množica D števil : 10, 100, 1000, 10000, itd. iz zgornjega primera. Preslikava $f: D \to \mathbb{N}$ je očitno definirana za vsako število iz množice D. Takim množicam pravimo, da so *štetno neskončne*. Preslikava $g: A_1A_2 \to \mathbb{N}$ pa ni definirana za vsako točko daljice, ampak samo za točke $A_1, A_2, A_3, A_4, \ldots$. Da se dokazati, da tudi nobena druga preslikava $A_1A_2 \to \mathbb{N}$ ne more biti definirana za vse točke na daljici. Pravimo, da je množica vseh točk na daljici *neštevno neskončna*. Ta neskončnost je večja od števne neskončnosti.



Slika 9: Neskončno kroženje vode v valovih

Raziščemo primer iz uvodne motivacije in poskušamo določiti štetno in neštevno neskončnost.

Otroci in neskončnost

Otrokom razložimo, da o neskončnosti govorimo, kadar je določenih stvari tako veliko, da jih ni možno prešteti.

Dejavnosti za utrditev snovi

Izdelava plakata s pomočjo gradiv, ki so jih prinesli dijaki na temo neskončnosti. Naloga dijakov je, da k učni uri prinesejo slike, članke, pesmice, zanimivosti na temo neskončnosti. Poskušamo sestaviti čim bolj zanimiv plakat na temo neskončnosti, ki bi pritegnil otroke.

Dejavnosti za delo v vrtcu

Gledanje slik, kjer je različno število elementov (malo, veliko, zelo veliko, neskončno),
pogovori o vesolju in velikosti vesolja,
poskus štetja zrnca (peska, soli ...) in ugotovitev, da jih je nemogoče vse prešteti – neskončno mnogo jih je,
pogovori o zvezdah,
branje pesmi in zgodb, kjer nastopa pojem neskončnosti.

Preverjanje znanja

Naloge iz teorije.
Izdelava plakata (pojem neskončnosti predstavljen likovno) ali predstavitev ustrezne dejavnosti za otroke, v kateri bi obravnavali pojem neskončnosti. Dijaki doma najdejo besedila, pravljice, gradiva, kjer nastopa pojem neskončnosti, in razmislijo, kako bi jih uporabili v vrtcu.

Viri

Prijatelj, N., *Matematične strukture I*, knjižnica Sigma 9, Društvo matematikov, fizikov in astronomov, Ljubljana 1996
Enciklopedija za mlade Larousse – Matematika in informatika (Učila)
Internet: Kvarkadabra – časopis za tolmačenje znanosti
Wikipedija

7. Deli celote

Učna tema: Deli celote v vsakdanjih situacijah

Učni cilji
Dijak:
- ponovi in utrdi znanje ulomkov,
- zna povezati znanje ulomkov s situacijami, igrami in drugimi dejavnostmi v vrtcu, prek katerih otroci odkrivajo in spoznavajo dele celote.

Predvideno predhodno znanje: Definicija ulomka, ulomek predstavi z deli celote, zna zapisati dele celote z ulomki, ve, kdaj ulomki niso definirani.

Čas izvedbe: 2 šolski uri

Motivacija

Otroci se kmalu srečajo z deli celote. Z dijaki poiščemo primer iz vsakdanjega življenja in vrtca, kjer nastopajo deli celote in izrazi za dele celote: vsak dobi en kos torte;



Slika 10: Torta (celota in del)

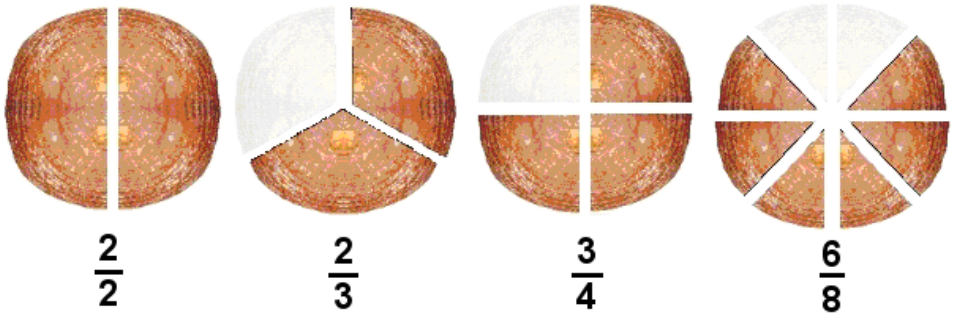
v nogometu ima tekma dva polčasa, v hokeju tri tretjine, v košarki štiri četrtine;
kupimo četrt kilograma kruha;
polovica otrok gre na igrišče, polovica jih ostane v igralnici;
jabolko razdelimo na polovico, pomarančo na krhlje;

sestavljanko sestavimo iz delov, ko sestavimo vse dele, dobimo celoto, celo sliko;
knjiga ima poglavja;
kup kock razdelimo na tri dele;

pri kuhanju potrebujemo pol litra vode;
plastenko vode nalijemo v deset enakih lončkov;
prostor, igrišče razdelimo na štiri enake dele;
mivko iz kanglice, pretresemo v manjše posodice …
Poiščejo primere iz pravljic, pesmic, zgodb, kjer nastopajo deli celote: teta je čokolado razdelila med tri otroke, iz opek je sezidal hišico.

Teorija

Dele celote v matematiki zapišemo v obliki ulomka. V ulomku $\frac{a}{b}$ nam število b pove, na koliko delov smo celoto razdelili, število a pa, koliko je teh delov. Število b nam poimenuje ulomek (polovice, sedmine ...), zato je imenovalec ulomka, število a nam šteje dele, zato je to števec ulomka.



Slika 11: Delitev celote na dele

Celote ne moremo razdeliti na nič delov, zato imenovalec ulomka ne sme biti enak nič.
Ulomki z imenovalcem nič niso definirani.
Ulomki, kjer je števec večji od imenovalca, predstavljajo večji del, kot je celota.

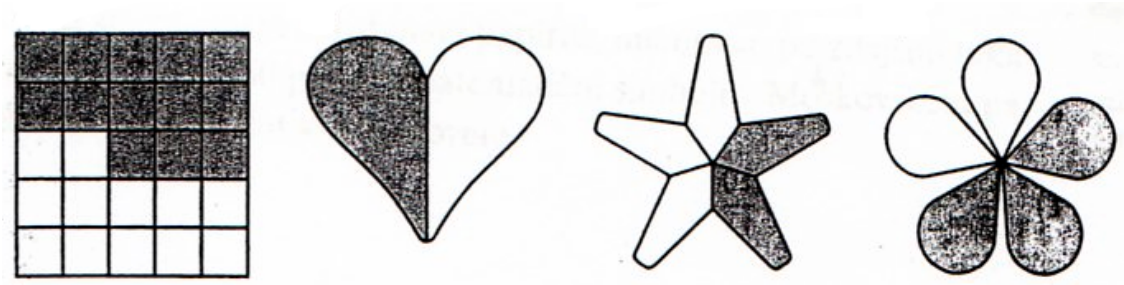
Dejavnosti za utrditev snovi

Nekaj primerov nalog za utrjevanje znanja ulomkov.

Dijak spodaj naštete ulomke razvrsti v štiri skupine: nedefinirani ulomki, ulomki, ki so enaki 1, ulomki, ki so večji od celote, in ulomki, ki so enaki nič.

$$\frac{5}{2}, \frac{0}{7}, \frac{3}{2}, \frac{16}{0}, \frac{15}{15}, \frac{0}{0}, \frac{1}{20}, \frac{123}{122}, \frac{0}{1}, \frac{11}{12}, \frac{1}{0}$$

Dijak zapiše ulomek, ki predstavlja osenčeno polje na sliki



Shema 5: Prikaz polovic, tretjin ...

Dijak papirnate trakove brez merjenja razdeli na tretjine, osmine …

Dijak razdeli kvadrate na četrtine na več načinov (deli celote so lahko trikotniki, kvadrati, pravokotniki).

Dijak riše dele kroga (povezava s tortnim diagramom)

Dijak mora prepoznati celoto iz dela:
- če imamo polovico jabolka, je celota jabolko,
- če imamo kos torte, je celota torta,
- če imamo sok v plastenki, je celota polna plastenka,
- skupina otrok je del celote, če je celota vrtec …

Dijak mora prepoznati del iz celote:
- če je celota gozd, je del drevo,
- če je celota skupina otrok, je del en otrok,
- če je celota poln kozarec mleka, je del polovica mleka v kozarcu.

Dejavnosti za delo v vrtcu

Dijak poskuša poiskati čim več situacij, v katerih bi se otroci srečali z ulomki, oziroma poskuša iz danih situacij poiskati tiste, ki bi najbolj optimalno pomagale otrokom razvijati zavedanje o ulomkih oziroma delih celote.

Dijak primere delov celote poišče v pravljicah, zgodbah …

O delih celote se pogovarjamo pri sestavljanju sestavljank, pri igranju z lego kockami, kjer iz delov sestavimo celoto.

Dijak išče primere uporabe ulomkov v vsakdanjih dejavnostih:
- pri delitvi otrok na skupine,
- pri delitvi stvari (bomboni, igrače …).

Primer bi bila lahko obutev (pozimi recimo rokavice). Če otroci ne bi pospravili svojih čevljev/copat, bi jim jih Muca Copatarica skrila »polovico«. Vsakemu bi ostal samo en čevelj (ali rokavica).

Povezava z ulomki bi bila lahko tudi pri ustvarjanju plakatov. Polovico bi lahko porisal en otrok, drugo polovico pa drugi otrok. Skupaj bi narisali črto, ki bi list razdelila na dva (ali več) enakih delov.

Skrivanje stvari. Polovico stvari skrijemo in morajo skupaj poiskati drugo polovico. Na koncu bi lahko primerjali skupino predmetov, ki ni bila skrita, in tisto, ki je bila skrita – da bi ugotovili, da sta enako veliki in je bila res skrita polovica.

Igre z žogo so tudi dobra vaja za dele celote. Recimo med dvema ognjema, ko se otroci razdelijo na dva dela, lahko poudarimo, da je na primer Mojca na eni polovici prostora, Luka pa na drugi polovici prostora.

Dejavnost na sprehodu bi bilo lahko tudi iskanje »nevsakdanjih« delov celote – recimo drevo v gozdu in hiša v mestu …

Otroci se seznanjajo tudi s tekočinami, tako bi lahko povezali dele celote tudi s tekočinami – pijača v steklenički, preostanek soka v plastenki. Uporabne so posode z merilom.



Slika 12 Polnjenje škatel, ki so razdeljene na četrtine, polovice …

Preverjanje znanja

Podlaga za ocenjevanje je znanje ulomkov. Ocena ne sme biti pridobljena samo na podlagi matematičnega znanja, ampak tudi na podlagi prenosa znanja v uporabne ideje.

Dijak naj bi poiskal kakšno aktivnost, ki bi otrokom približala ulomke, si izmislil kakšen didaktični pripomoček za spoznavanje ulomkov s pomočjo svojega znanja didaktike in otrokovega razvoja.

Oceni se tudi kreativnost, uporaba matematičnega znanja v praksi, primernost za otroke … Dele celote mora znati prikazati otrokom z diskretnimi (kamenčki, kosi torte …) in zveznimi količinami (tekočine, sipke snovi).

Viri

Kurikulum za vrtce
Dušan Kavka, Gregor Pavlič, Marina Rugelj, Janez Šparovec: Od rovaša do enačb − Matematika za 1. letnik
Roman Brilej: Alfa 1
Gradiva iz interneta:
http://javor.pef.unilj.si/~izbrane_seminarske/programiranje/nina_gros/siska/index.htm
E-um interaktivna učna gradiva
Veston, d. o. o, prodaja igrač

8. Decimalna števila

Učna tema: Zapis decimalnih števil na vsakdanjih predmetih

Učni cilji
Dijak:
- pozna racionalna števila in računske operacije v množici racionalnih števil,
- povezuje znanje iz decimalnih števil s situacijami iz vsakdanjega življenja, v katerih se otrok seznanja z decimalnimi števili.

Predvideno predhodno znanje
Racionalna števila in računske operacije v množici racionalnih števil − posebej decimalna števila in računske operacije z decimalnimi števili. Izhodiščna znanja so tudi iz procentov, deležev, lahko tudi iz verjetnosti.

Čas izvedbe: 2 šolski uri

Motivacija

Osnovni primer je po mojem mnenju denar. Otrokom je nakupovanje in plačevanje zanimivo in želijo pri tem sodelovati. Na računu, na etiketah, na cenah v trgovini jim lahko pokažemo, da so (v večini primerov) cene zapisane s številom, ki ima vmes vejico – decimalno vejico.

Teoretična izhodišča

Decimalna števila so krajši zapis ulomkov, ki imajo v imenovalcu potenco števila 10. Pomembno je opomniti, da je 3,2 = 3,20, in ne 3,02. Pomemben je tudi zapis – recimo pol evra zapišemo kot 0,5 €, in ne kot 0,05 €, kar je pet centov.

Dejavnosti dijakov

Dijak poskuša poiskati čim več situacij, v katerih bi se otroci srečali z decimalnimi števili, oziroma poskuša iz danih situacij poiskati tiste, ki bi najbolj optimalno pomagale otrokom razvijati zavedanje o decimalnih številih.
Dijak razmišlja o bistvu decimalnih števil.
Dijak ocenjuje pomen decimalnih števil v življenju.
Dijak išče primere uporabe decimalnih števil v vsakdanjih dejavnostih.
Dijak dobro pozna ulomke in decimalna števila.
Primer bi bil lahko obisk trgovine, kjer bi opazovali cene.
Otroci bi se lahko igrali »trgovino«, kjer bi trgovali z denarjem in spremljali vrednosti.
Možen primer je tudi merjenje mize, stola, lahko tudi otrok med sabo, kjer bi potrebovali meter in s pomočjo vzgojitelja zapisali višine.
Povezava z decimalnimi števili bi bila lahko tudi pri številkah čevljev; večina čevljev ima namreč zapisano še ameriško velikost, ki je večinoma 8,5 ali 9,5 ...
Tudi prometni znaki vsebujejo decimalna števila – 3,5 t.
Oznake so pri tekočinah – 1,5 l, mleko z 1,6 % MM.
Decimalna števila so tudi pri kupovanju naftnih derivatov – v ceni na liter, v končni ceni in po navadi tudi v količini iztočene tekočine.

Preverjanje znanja

Podlaga za ocenjevanje je znanje ulomkov in s tem povezano decimalnih števil.
Dijak naj bi predstavil kakšno dejavnost, ki bi otrokom približala decimalna števila, si izmislil kakšen didaktični pripomoček za spoznavanje decimalnih števil s pomočjo svojega znanja didaktike in otrokovega razvoja.

Viri:

Kurikulum za vrtce

9. Primerjanje

Učna tema: Primerjanje po različnih značilnostih

Učni cilji
Dijak:
- obnovi (utrdi, poglobi) teoretično znanje o primerjanju in razvrščanju,
- spozna možnosti za uvajanje otrok v vrtcu v te matematične veščine.

Predvideno predhodno znanje: Določanje lastnosti predmetom, primerjanje predmetov po lastnosti, ločevanje lastnosti, ki določajo relacijo popolne ali delne urejenosti (ravni sivine ali barve), razvrščanje predmetov po eni lastnosti ali več.

Čas izvedbe: 2 šolski uri

Motivacija

Dijakom pokažemo dva plišasta kužka (ali dve sliki psov). En pes je večji kot drugi in ima daljšo dlako, krajši rep, daljša uhlja kot drugi (na primer kokeršpanjel in doberman). Dijaki razmišljajo, katere dejavnosti bi lahko v vrtcu izvajali s tema dvema igračama.



Slika 13: Primerjava majhen - velik

Teorija

Otrok mora najprej primerjati predmete po eni lastnosti. Sam se mora odločiti, po kateri bo razporejal predmete. Nato razvršča predmete po več lastnostih, kar je za otroka težko.

Pri vsakdanjih opravilih ves čas razvrščamo, ne da bi se tega zavedali − razvrščamo jedilni pribor v predalu, razvrščamo perilo, preden ga operemo, razvrščamo igrače po zabojih, razvrščamo odpadke …

Če smo o razvrščanju in določanju lastnosti z dijaki podrobno govorili že v prejšnjih šolskih urah, ta del le na kratko ponovimo.

Otroci pri 2 do 3 let lahko na primer razvrščajo živali glede na lastnost, ali določena žival leti ali ne. Veliko otrok, starih 3 leta, že lahko ugotovi, katera žoga je največja in katera najmanjša, oziroma jih uredijo po velikosti. Otroci med 4. in 5. letom že znajo urediti predmete od najmanjšega do največjega večinoma brez težav. Šele med 5. in 6. letom so otroci v večini sposobni samostojno razvrščati simbolne predstavitve.

Preden otroci usvojijo pojme, kot je krajše-daljše, morajo imeti že izkušnje v primerjanju in izražanju nasprotij. Primerjajo in opisujejo pare predmetov: dolga in kratka vrvica, zložijo dolgi in kratki vlak iz kockic, napravijo dolgi niz kroglic, izberejo kratko barvico …



Slika 14: Primerjava krajši - daljši

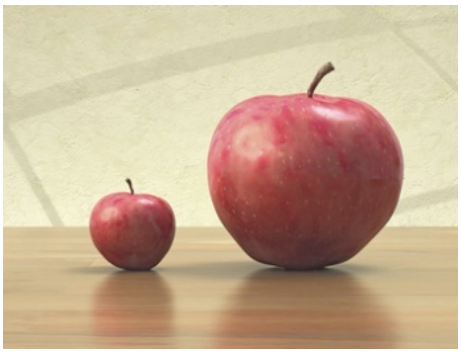
Koraki uvajanja pojmov krajše, daljše, najkrajše, najdaljše

Otroci primerjajo po dolžini med sabo predmete, ki so enaki (na primer dve barvici), in potrjujejo svoje ugotovitve s polaganjem enega predmeta poleg drugega.

Za opisovanje otroci pogosto uporabljajo besedi večji in manjši, ko bi bilo ustrezneje uporabljati izraze višji, nižji ali daljši, krajši. Navajamo jih na uporabo ustreznejših izrazov.



Slika 15: Primerjava višji – nižji



Slika 16: Primerjava drobno - debelo

Vzgojiteljice lahko preverijo, kateri otroci so sposobni dojeti ohranitev dolžine. Otrokom pokažejo dve enako dolgi palici. Začetka palic poravnajo, tako da otroci vidijo, da sta palici res enako dolgi. Nato palici premaknejo tako, da začetka nista poravnana, in tako, da sta v poljubni legi (na primer ena vodoravno in druga navpično). Otroci bodo lahko sklepali, da je dolžina neodvisna od lege.

Otroci primerjajo po dolžini med sabo predmete, ki so različni (na primer barvico in palico …) in potrjujejo svoje ugotovitve s polaganjem enega predmeta poleg drugega.

Otroci primerjajo dolžine treh različnih predmetov (daljši, krajši, najdaljši, najkrajši).
Otroci ocenjujejo in posredno primerjajo dolžine na narisanih predmetih (delovni listi). Pravilnost lahko preverijo z vrvico.

Dejavnosti za utrditev snovi

Dijaki v parih premislijo, s katerimi dejavnostmi bi z otroki primerjali predmete glede na značilnosti krajše, daljše, najkrajše, najdaljše. Vsak par izdela didaktično namizno igro za otroke, stare 4–6 let.

Primeri dejavnosti, ki vodijo k ciljem:
− primerjajo dolžine delov telesa s sošolci (koraka, roke …),
− v učilnici iščejo in opisujejo predmete, ki so daljši oziroma krajši od danega predmeta.

Dejavnosti za delo v vrtcu

Primerjanje predmetov, ki jih otroci vidijo okoli sebe, ki jih imajo v spominu ali ki jih vidijo na sliki.

Primeri:
Otrokom pokažemo dve plišasti igrači ali dve sliki kužkov. Vprašamo jih, katera žival, ki so jih videli v živalskem vrtu, je bila največja in katera najmanjša.
Na primer z rdečo barvico obkroži večje drevo na plakatu.
Cicibanova matematika, primer 1.7 Večje-manjše.
Slika, ki prikazuje mesto. Na njej so različno dolgi avtomobili, različno dolge ceste ... Otrok pokaže najkrajši avtomobil, najdaljšo cesto …
Pri vsakdanjih opravilih naj vzgojiteljice čim večkrat uporabijo te pojme (vzemi daljšo barvico, otroci s kratkimi rokavi naj se postavijo na začetek kolone, Jaka je skočil dlje kot Peter …).

Preverjanje znanja

Dijak izdela načrt, kako bi potekale dejavnosti, s katerimi bi otroci primerjali predmete glede na različne lastnosti (višji-nižji, širši-ožji, debelejši-tanjši, večji-manjši …).

Dijak opiše (navede) situacije iz vsakdanjega življenja v vrtcu, v katerih otrok pridobiva izkušnje ter veščine za primerjanje in razvrščanje predmetov.

Viri

Kurikulum za vrtce
8. poglavje priročnika Otrok v vrtcu (Barbara Japelj Pavešič)
M. Cotić, T. Hodnik Čadež, Darjo Felda: Igraje in zares v svet matematičnih čudes
Pamela Liebec: Kako djeca uče matematiku
T. Hodnik Čadež: Cicibanova matematika

10. Urejanje in razvrščanje

Učna tema: Urejanje in razvrščanje predmetov po eni lastnosti ali več

Cilji
Dijak:
- določa lastnosti predmetom, predmete primerja po lastnosti,
- loči med lastnostmi, ki določajo relacijo popolne ali delne urejenosti,
- razvršča predmete po eni lastnosti ali več,
- pozna igre in druge dejavnosti v vrtcu, s katerimi otroci pridobivajo razumevanje ter veščino urejanja in razvrščanja.

Predvideno predhodno znanje: Pomen in načini primerjanja in razvrščanja predmetov po eni lastnosti ali več, razumevanje popolne in delne urejenosti.

Čas izvedbe: 4 ure

Motivacija

Za matematiko sta urejanje in razvrščanje pomembni zato, ker razvijata abstraktno mišljenje.

Urejanja so dejavnosti, ki se končajo tako, da nastane med razsutimi objekti red. To je lahko pospravljanje podobnih reči v škatle ali zlaganje na kupe pa tudi razvrščanje po velikosti, barvi ali drugih lastnostih za ponavljanje zaporedja ali vzorca.
Otrok ureja zelo zgodaj, opazuje lastnosti in potem skupino predmetov loči glede na opazovalno lastnost. Razdeljevanju v dve skupini sledi razvrščanje v več skupin, zato otrok potrebuje predmete za urejanje in prostor, ki ga spodbuja k razvrščanju – poličke, škatle, predale, predmete z odprtinami različnih oblik, v katere gredo manjši koščki. Lahko deli v dve skupini (gumijaste in kosmate živali) ali pozneje z več možnostmi. Zlaganje po velikosti po naraščajoči ali padajoči lastnosti. Otrok išče začetne in končne krajne vrednosti − belo in črno, najsvetlejše in najtemnejše lase, najglasnejši in najtišji zvok.

Za urejanje in razvrščanje otrok najprej uporablja igrače, ki jih jemlje v roke, pozneje ureja tudi objekte, ki jih ne more prijeti in prestaviti: na primer slike, otroke na igrišču.

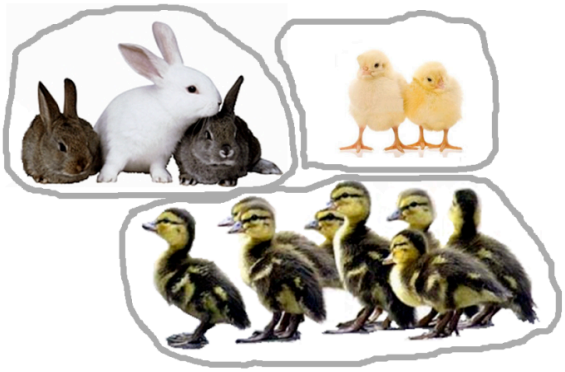
Izhodiščni primeri

V igralnici je treba poiskati in nastaviti na dostopna mesta ustrezne igrače, na primer vse, kar nastopa v mnogih koščkih: kocke, gumbi, sestavljanke, barvice, punčke in avtomobili … Razvrščamo po velikosti, barvi, funkciji.
V garderobi dobijo vsak svoj simbol in ime nad omarico ali obešalnikom za oblačila. Če je mogoče, so nalepke z napisi, na primer čevlji, škornji, dežniki.
Mesta igrač se označi z napisi in simboli.
Po malici in po kosilu lahko pri pobiranju posode z mize razvrščajo pribor in krožnike.
V prostem času tipa liste in druge dele rastlin, se pogovarja o tem, kaj je ostro, mehko, okroglo, oglato.
Poišče primere matematičnih teles – krogle (žoga), kocke in kvadre (stanovanjski blok, mejni kamen, pisemski nabiralnik), valja (valjar, dimnik, izpušna cev pri avtomobilu, lonček od jogurta, hrenovka).
Poišče primere likov – trikotnike, kroge, pravokotnike in kvadrate (prometni znaki, narisane cestne oznake, oglasne table).

Razvršča nabrane liste, kamenčke, storže, kostanje po velikosti, v skupine po obliki, poskusi jih primerjati po teži.

Teoretična izhodišča:

Množice



Slika 17: Primeri množic

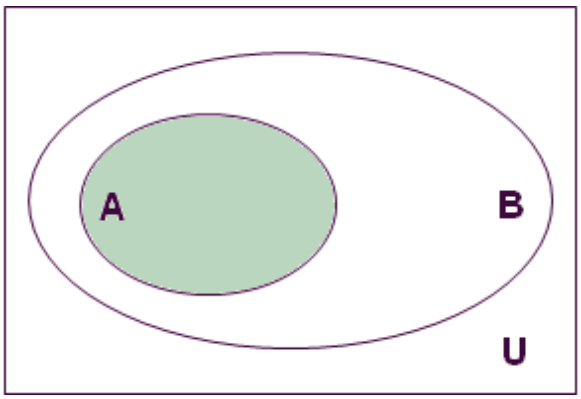
Množica združuje reči, elemente. Množica je določena, ko lahko za vsak element rečemo, ali spada v množico ali ne.
Oznake: A, B, C ...
$a \in A$ … element a je v množici A
$b \notin B$ … b ni element množice B

Primeri:
1) Množica rdečih žog
2) Množica okroglih objektov

Zapis množic:
opišemo lastnosti
naštejemo elemente ali nekaj prvih elementov
zapišemo s simboli

Ločimo: končne množice in neskončne množice.

Podmnožica:



Shema 6: Podmnožica

Množica A je podmnožica množice B, če vsak element množice A leži tudi v drugi množici B.

Enakost množic: Dve množici sta enaki, če imata iste elemente.

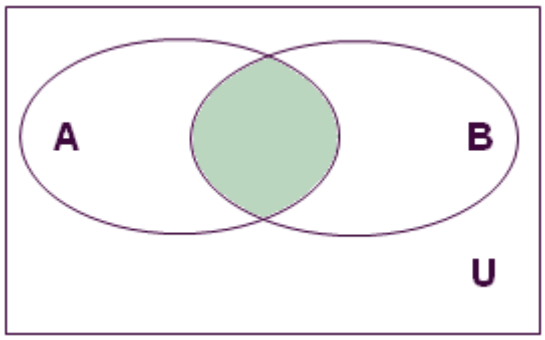
Prazna množica: Prazna množica je množica, ki nima nobenega elementa. (∅ , {})
∅ ⊂ A: prazna množica je podmnožica vsake množice.

Univerzalna množica: Univerzalna množica je množica elementov, za katere se v danem primeru zanimamo, na katero se v danem primeru omejimo: U.

Operacije med množicami

Presek množic:

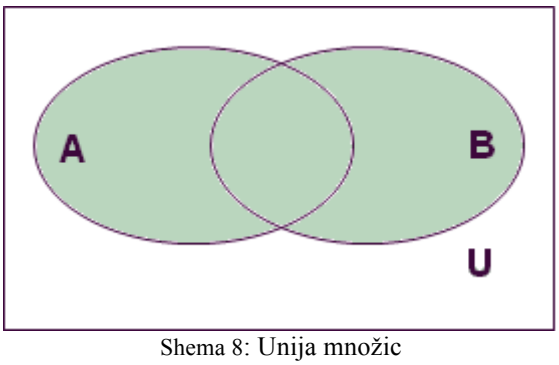
Presek množic je množica vseh elementov, ki so hkrati v obeh množicah:



Shema 7: Presek množic

II. Unija množic

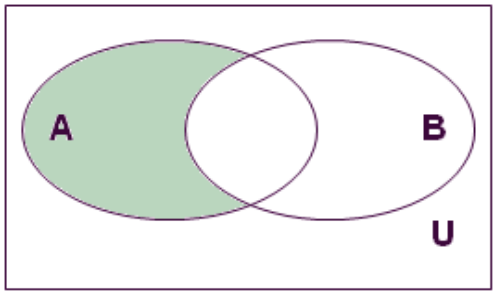
Unija množic je množica vseh elementov, ki so v prvi ali v drugi množici (vsaj v eni, lahko pa v obeh).



Shema 8: Unija množic

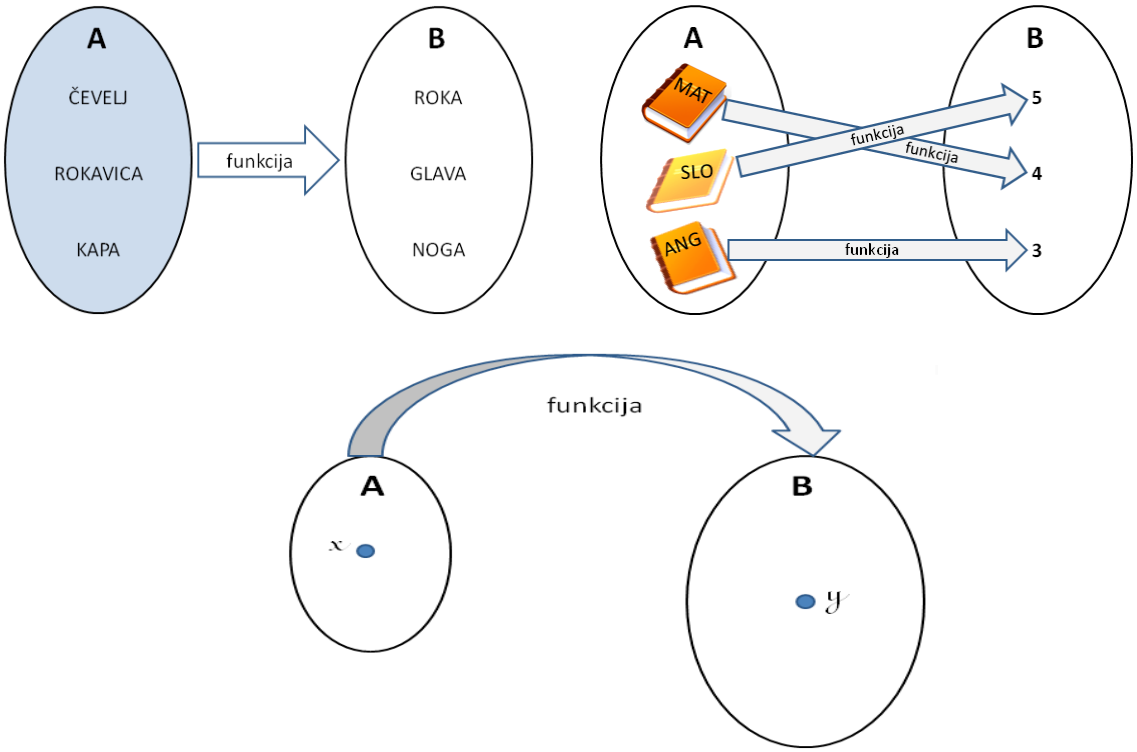
III.Razlika množic

Razlika množic je množica tistih elementov iz prve množice, ki niso v drugi množici.



Shema 9: Razlika množic

Preslikave med množicami



Shema 10: Prikaz preslikav

Dejavnosti dijakov

Dijaki predstavijo projektno nalogo na temo Razvrščanje in urejanje. Predstavijo plakat, primere, ki so jih videli v vrtcu.

Preverjanje znanja

Osnovno znanje iz teorije množic.
Ureditev prostora v igralnici tako, da spodbuja otroke k urejanju in razvrščanju.
Predstavitev dejavnosti iz vsakodnevnega življenja v vrtcu, ki ponujajo možnosti za razvrščanje in urejanje.
Izdelava plakata, ob katerem bodo otroci razvijali spretnost razvrščanja.

Viri

Kurikulum za vrtce

11. Količine

Učna tema: Razlike med zveznim in diskretnim

Učni cilji
Dijak:
- pozna pojem zveznost funkcije, loči funkcijo in preslikavo
- zna risati grafe funkcij, prikaze preslikav, pozna lastnosti količin,
- pozna načine merjenja in prikaze rezultatov meritev,
- pozna situacije in dejavnosti v vrtcu, po katerih otroci spoznavajo, kaj je zvezno ali povezano in kaj so posamični oziroma diskretni predmeti.

Predvideno predhodno znanje: Poznavanje in razumevanje zveznega in diskretnega

Čas izvedbe: 2 šolski uri

Motivacija
Kakšna je razlika med zveznim in diskretnim? Naštejemo nekaj količin: čas, prostornina, površina, masa, temperatura in snovi, ki jih merimo, ter nekaj predmetov, ki jih štejemo, na primer kamenčki, kocke, dnevi v tednu ...

Dijaki v pesmici poiščejo diskretne količine in zvezne količine:

Tri sladke, mehke hruškice,
tri hruškice dišeče,
je jež povezal v culico
in zdaj domov jo vleče.

Čez kamenčke, čez vejice
in čez grmovje mlado:
doma razveže culico
in najde − marmelado.

(Anja Štefan)

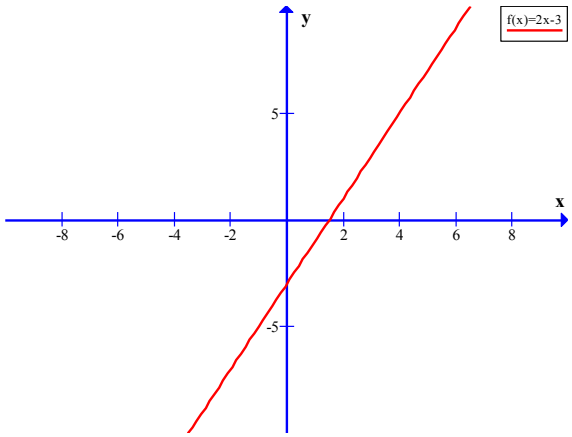
Teorija
Zveznost je ena od lastnosti funkcij. Graf zvezne funkcije je nepretrgana krivulja.
V matematiki poznamo funkcije, ki so zvezne, in funkcije, ki so diskretne. Ponovimo zveznost in diskretnost na dveh primerih: primerjamo linearno funkcijo in njen graf ter funkcijo celi del realnega števila.

Dana je linearna funkcija: $f(x) = 2x - 3$. Funkcijo tabeliraj in nariši graf.

Tabela:

x	f(x)
−2	−7
−1	−5
0	−3
1	−1
1.5	0
4	5

Graf



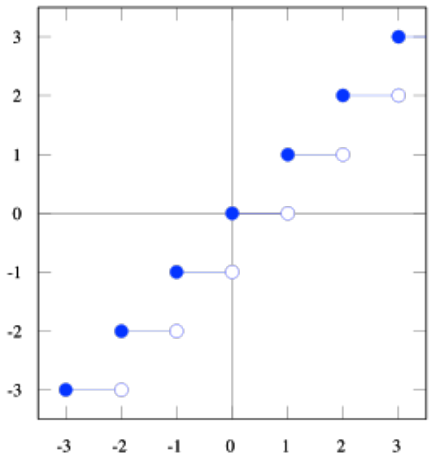
Graf linearne funkcije narišemo tako, da točke iz tabele povežemo – graf je premica. Linearna funkcija je zvezna funkcija.

Primer funkcije, ki ni zvezna, je predpis, ki realnemu številu priredi njegov celi del. Funkcijo dijakom predstavimo s ponazoritvijo zaokrožanja na celo število in razliko med celim delom števila in zaokrožanjem. Funkcijo celi del predstavimo v tabeli in narišemo graf.

Tabela

x	f(x)
1	1
1,2	1
1,5	1
1,7	1
2	2

Graf



Dijakom postavimo vprašanje: zakaj v primeru linearne funkcije točke povežemo v premico, v primeru funkcije celi del pa ima graf stopničke?

V nadaljevanju z dijaki obnovimo znanje o funkcijah iz matematike, predvsem pojem definicijskega območja in njegovo povezanost z grafom funkcije.

Pokažemo bistvene razlike med nezvezno funkcijo in funkcijo, ki ni definirana za določene vrednosti neodvisne spremenljivke. Spomnimo na risanje grafov racionalnih funkcij, ničle in pole.

Bistveno za dijake v tem modulu pa je, da razumejo razliko med funkcijo in predpisom ali preslikavo, ki diskretnim objektom priredi posamične vrednosti. Znanje bodo potrebovali pri risanju grafičnih prikazov, ko se bodo morali sami odločiti, kateri prikaz je primeren za določen nabor podatkov (npr. ali lahko poveže izmerjene temperature po dnevih z lomljeno črto ali ne).

Razliko opredelimo tudi matematično:

Linearna funkcija je preslikava, ki slika iz množice realnih števil v množico realnih števil, $f: R \rightarrow R$. To pomeni, da za neodvisno spremenljivko x lahko v funkcijo vstavimo katero koli realno število (negativna števila, ulomke …). Definicijsko območje funkcije so vsa realna števila.

Preslikava slika iz množice objektov (npr. naravnih števil) v množico vrednosti (npr. realnih števil, barv, opisov vremena) $f: N \rightarrow R$. To pomeni, da lahko sliko preslikave določimo le za določene objekte in da so slike objektov samo določene vrednosti in ne njihove vmesne vrednosti (živali imajo dve ali štiri noge in ne tri).

Dejavnosti za utrditev snovi
Dijak prepoznava grafe zveznih in grafe nezveznih funkcij. Loči grafične prikaze povezanosti dveh množic (stolpčni, tortni..) od grafa funkcije.
Dijak išče primere količin, ki jih obravnavamo kot zvezne, in predmetov, ki jih obravnavamo kot diskretne.
Dijak primerja lastnosti tekočin, sipkih snovi in majhnih kamenčkov.
Dijak ugotavlja, katere količine lahko štejemo in katere merimo.
Dijak išče načine za prikazovanje količin (prikazi s krivuljami) in načine za prikazovanje rezultatov štetja (stolpčni prikazi).

Dejavnosti za delo v vrtcu
Dijak pripravi dejavnosti ter igre s tekočinami in sipkimi snovmi: prelivanje in mešanje tekočin primerja s presipanjem mivke.
Raziskovanje, katere količine lahko štejemo, katerih ne moremo šteti in jih merimo.
Primerjanje količine vode ali mivke v različnih merilnih posodah.
Prikazovanje količin, ki so diskretne: kocke, razvrščene po barvah, lahko zlagamo v stolpiče.
Ločevanje in preštevanje zrnc, lesenih kroglic …

Preverjanje znanja
Dijak rešuje naloge za primerjanje in merjenje zveznega in diskretnega.
Dijak pripravi dejavnosti, s katerimi otroci v vrtcu spoznavajo zvezno in diskretno ter razlike med merjenjem in štetjem.

Viri
Kurikulum za vrtce
Barbara Japelj Pavešič: Otrok v vrtcu (priročnik h kurikulu za vrtce)
Revija Zmajček

12. Merske enote

Učna tema: Merske količine, enote in merjenje

Učni cilji
Dijak:
- zna opredeliti merjeno količino, izbrati enoto in merski pripomoček, zaznati meritev,
- zna izmeriti dolžino, maso, prostornino in čas z ustreznimi standardnimi in nestandardnimi enotami z uporabo merskih pripomočkov,
- zna pretvarjati merske količine med seboj, da izrazi meritev z ustrezno enoto,
- zna presojati o napakah meritev, ocenjevati količino pred merjenjem ali na daljavo in napovedati rezultat merjenja,
- prepozna situacijo ali dejavnost v vrtcu, ki ponuja možnost za seznanjanje otrok z merjenjem,
- zna določiti nestandardne merske enote in natančnost merjenja prilagoditi starosti otroka.

Predvideno predhodno znanje: Računanje z decimalnimi števili in s potencami s celimi eksponenti; računanje s časom; znanja iz razvojne psihologije za presojo zahtevnosti merjenja za otroke; poznavanje merskih količin in merskega orodja (metri, tehtnica, štoparica, menzura); pretvarjanje med enotami (votle in kubične mere, kvadratne enote, ure in minute).

Čas izvedbe: 7 ur
Ponovitev – računanje z decimalnimi števili in s potencami s celimi eksponenti – 2 uri.
Merske enote in pretvarjanje – 1 ura.
Zaokroževanje, relativna in absolutna napaka – 1 ura.
Praktične dejavnosti – primeri aktivnosti za otroke v vrtcu – 2 uri.

Motivacija

Učitelj dijake motivira s problemom, kako bi otroci v vrtcu lahko izmerili, kateri dan v tednu je bilo najtopleje. S pogovorom ob reševanju problema se osredotoči na vprašanje standardnih merskih enot in računanja z njimi ter pretvarjanja kot uvodnega dela učne teme.

Teorija

Z uvodno motivacijo učitelj predstavi dijakom potrebo po obvladovanju standardnih merskih enot (povezava s fiziko) in pretvarjanju. Pri tem je treba ponoviti računanje z decimalnimi števili in računanje s potencami s celimi eksponenti:
definicija potence s celim eksponentom,
pravila za računanje s potencami s celimi eksponenti,
definicija decimalnega števila,
računanje z decimalnimi števili,
zaokroževanje decimalnih števil.

Opredelijo se količine: dolžina, površina, prostornina, masa in teža, čas in temperatura. Dijaki obnovijo znanje o enotah vsake količine in pretvarjanju med njimi. Pozornost se namenja enotam, s katerimi lahko otrok v vrtcu meri ali jih sreča v svojem življenju (meter, centimeter, kilogram, dekagram, liter, mililiter, minuta in ura, stopinja, tudi kilometer in sekunda).

Dijakom predstavimo predmete z določeno maso, dolžino, površino, prostornino, da si pridobijo izkušnje ocenjevanja in občutek za meritve. Dijaki osvežijo poznavanje koledarja, mesecev in števila dni ter prestopnih let. Z ustreznimi uporabnimi nalogami dijaki usvojijo zmožnost ocenjevanja rezultatov in meritev in računanja napak.

Dijaki se seznanijo z merskimi pripomočki za merjenje s standardnimi enotami in s pripomočki za merjenje iz vsakdanjega življenja (čevelj za dolžino, lopatke ali žlice za prostornino, ploščice na vrtu za površino). Pozornost se nameni presoji natančnosti merjenja (kuhinjska in osebna tehtnica). Dijaki vadijo merjenje priročnih predmetov in simulirajo merjenje velikih predmetov v skupini v razredu (na primer dolžine učilnice).

Dijaki osvežijo znanje podobnih trikotnikov in določanja velikosti visokim predmetom s pomočjo podobnih trikotnikov (na primer višina drevesa iz dolžine sence). Dejavnost izvedejo sami v naravi.

Dijaki izdelajo tehtnico na skledice iz priročnih predmetov (obešalnik, palica, vrvice, plastični lončki) in pridobijo izkušnje o tehtanju s tehtnico na skledice. Tehtanje povežejo z opisovanjem primerjav med masami predmetov in nepovezanosti velikosti predmeta z njegovo maso (balon proti keramičnemu lončku) oziroma s pojmom gostote.

Temperaturo merimo s termometrom. Dijaki razlikujejo pojma temperatura in toplota. Pri merjenju zunanjih temperatur pozimi otroci srečajo negativna števila. Dijaki ponovijo računanje z njimi (seštevanje in odštevanje) in načrtujejo razlago o negativnih številih za otroke.

V teoretičnem delu, ki se tiče izvajanja neposrednih aktivnosti za delo v vrtcu, naj učitelj od dijakov pričakuje, da bodo pri uporabi matematike v vrtcu pozorni na iskanje priložnosti, ob katerih bo otrok klasificiral, opisoval in urejal predmete po merilih, kot je krajši-daljši; opisoval čas in temperaturo z izrazi krajši, daljši čas, topleje, bolj mrzlo ...

Dejavnosti dijakov za utrditev snovi
Te obsegajo usvajanje teoretičnih vsebin iz učne teme, reševanje vaj iz računanja z decimalnimi števili, računanja s potencami s celimi eksponenti, pretvarjanja med enotami uporabnih nalog. Dijaki v dejavnostih enakomerno in načrtno utrjujejo znanje: določanja merjene količine, izbire enote, izvedbe merjenja, poročanja o meritvi tudi za naslednjimi dejavnostmi:

merijo čas, da pridobijo izkušnje o tem, koliko časa traja posamezna rutinska dejavnost (obuvanje, pranje rok, zajtrkovanje ...);
merijo temperaturo in so pozorni na pojem negativnih števil in računanja z njimi;
merijo prostornino, kratke in dolge dolžine, tehtajo, ocenjujejo, izbirajo nestandardne enote;
rešujejo klasične naloge pretvarjanja ploščinskih in prostorninskih enot ter računanja s časom.

Dejavnosti za delo v vrtcu

Te dejavnosti si dijaki zamislijo in sestavijo načrt izvedbe. Upoštevajo razporeditev opravil pri merjenju med otroke in ločeno obravnavajo skupinsko merjenje neke količine (dolžine ograje vrtca ali mase žoge) in merjenje, ki ga v celoti izvede vsak otrok zase (izmeri dolžino svojega copata).

Merjenje ploščine: poiskati je treba dva ploska predmeta enake oblike in različne velikosti (na primer dva različno velika drevesna lista), ki ju otrok prekrije z enako velikimi kockami in šteje, s koliko kockami je prekril en in drug predmet.
Merjenje ploščine: s koliko igralnimi kartami pokrijemo zvezek.
Merjenje volumna: pretakanje vode med posodami različnih presekov in višin.
Merjenje dolžine: uporaba korakov, palic, svinčnikov ...
Merjenje časa: pranje rok, obuvanje, tek okoli vrtca, kosilo, risanje hiše ...
Merjenje časa: umivanje zob v času dolžine enega pretoka peska v peščeni uri.
Merjenje temperature: otrok več dni zapored odreže trak dolžine stolpca na termometru in ga lepi na tabelo. Iz tabele odčita toplejši, hladnejši dan ...
Merjenje mase: tehtanje s primerjanjem dveh predmetov.
Merjenje mase: primer predmeta velikega volumna in majhne mase v primerjavi s predmetom nasprotnih lastnosti
Merjenje mase: uporaba posode za merjenje količin v kuhinjskih receptih.

Na podlagi učiteljevih primerov, upoštevanja starosti otrok in uporabe vedenj iz razvojne psihologije dijaki kreirajo svoje primere praktičnih aktivnosti za delo v vrtcu.

Preverjanje znanja

Preverjanje in ocenjevanje znanja se izvajata kot del pisne naloge, ki zajema teoretična vprašanja in naloge s področja merjenja, in seminarske naloge, ki vsebuje načrte izvedb praktične aktivnosti za delo v vrtcu.

Viri:

Zajc, I., Koželj, M.: Matematika v srcu umetnosti. Jutro, Ljubljana, 2001.
http://www.kindergarten-lessons.com/teaching-measurement.html
http://math.about.com/od/earlynumeracy/Early_Numeracy_and_PreSchool_Math.htm
http://www.ixl.com/

13. Zbiranje in prikazovanje podatkov

Učna tema: Statistična obdelava podatkov

Učni cilji
Dijak:

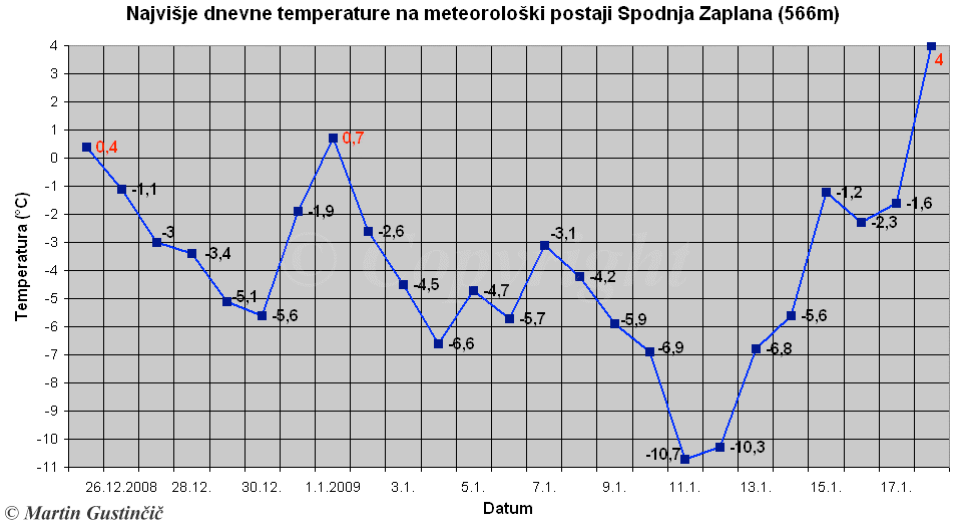
- zna zbrati podatke iz vsakdanjega življenja, jih statistično obdelati in jih prikazati z grafičnimi prikazi,
- interpretira prikaze,
- spozna primere dejavnosti, s katerimi lahko otroci v vrtcu pridobivajo izkušnje o zbiranju in grafičnem prikazovanju podatkov.

Predvideno predhodno znanje: Poznavanje osnovnih statističnih pojmov, kot so populacija, vzorec, statistična spremenljivka, statistični znak. Poznavanje srednjih vrednosti (mediana, modus, povprečje).

Čas izvedbe: 4 šolske ure

Motivacija

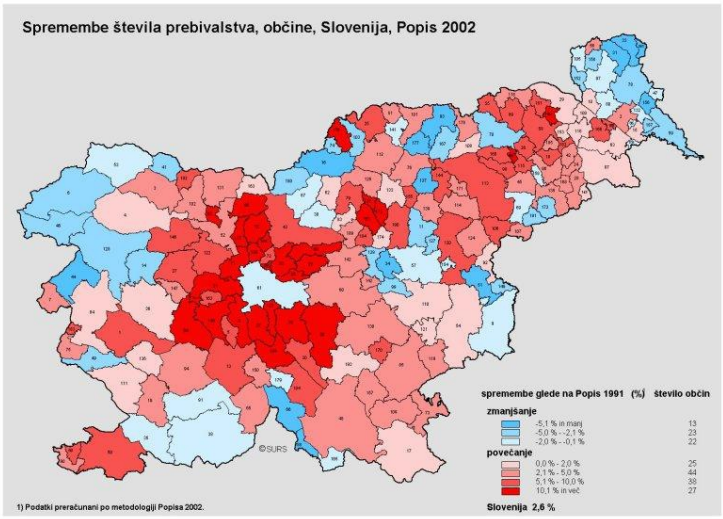
Dijaki v časopisu poiščejo statistične podatke, prikazane s prikazi. Opazujejo višine stolpcev histograma, velikosti koščkov tortnega prikaza, črtnega – kako strme so črte, ali naraščajo ali padajo.



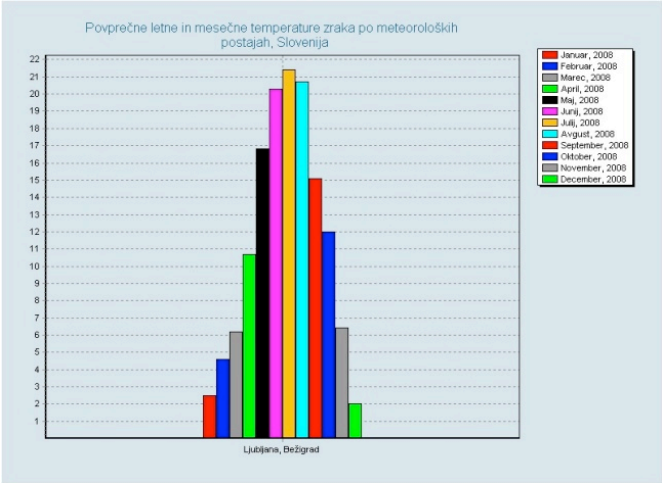
Slika 18: Grafični prikaz dnevnih temperatur

Dijaki iz prikaza preberejo različne podatke, na primer katerega dne je bila temperatura najvišja (najnižja), kolikšna je bila temperatura 9. januarja, kolikšna je bila temperaturna razlika med 7. in 11. januarjem, katerega dne je bila temperatura $-5\ ^0C$? Dijaki izračunajo povprečno temperaturo.

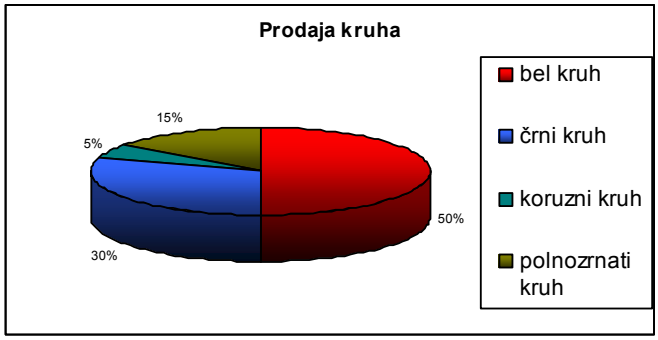
Dijaki ugotavljajo, katere podatke lahko preberejo iz spodnjih prikazov.



Slika 19: Spremembe števila prebivalstva



Slika 20: Povprečne in mesečne temperature



Mesečni ulov rib	
1. ladja	
2. ladja	
3. ladja	

Legenda: … 1 tona rib

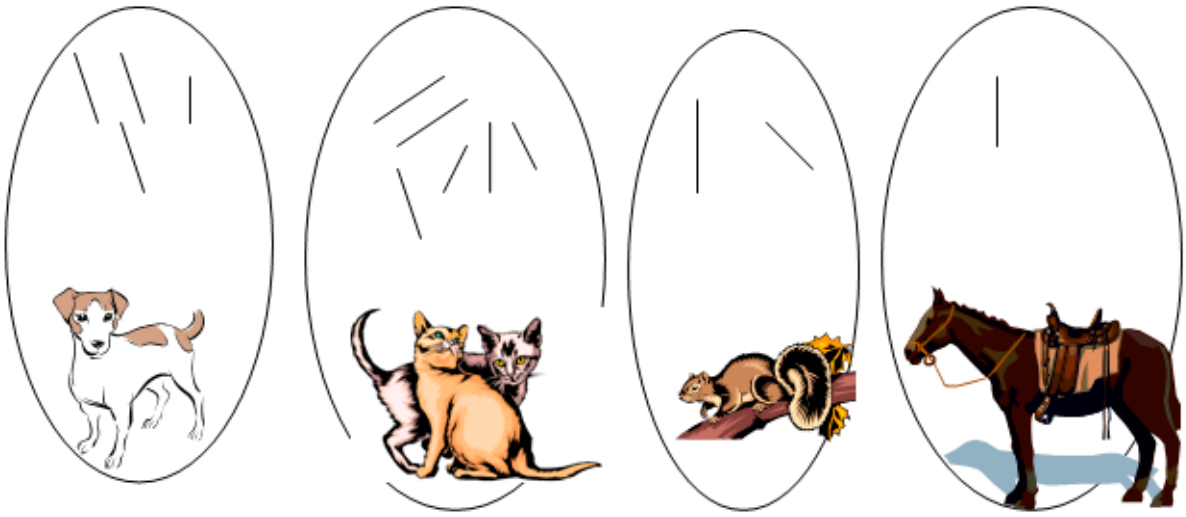
Slika 21: Mesečna prodaja kruha in ulov rib

Teorija

Sistematično obravnavamo stolpčni, tortni, linijski prikaz ter poudarimo razlike med njimi.

Opozorimo na prikaze, ki jih lahko dopolnjujemo ali pa jih ne moremo (na primer histogram lahko dopolnimo, tortni grafikon pa ne).

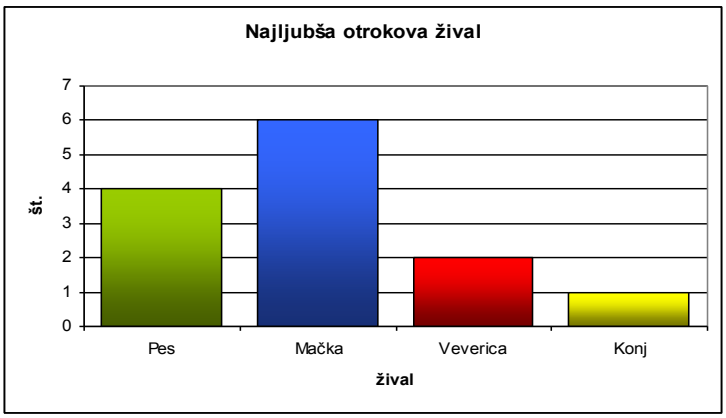
Primer: V vrtcu so raziskovali, katera žival je otrokom najbolj všeč. Vsak otrok je lahko predlagal eno. Ugotovili so naslednje:



Slika 22: Najljubše živali otrok

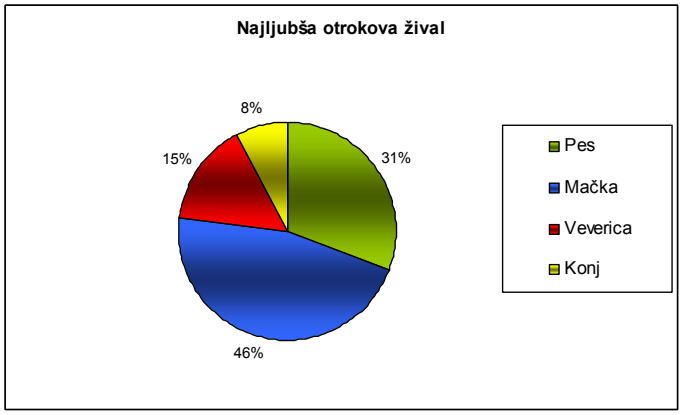
Podatke so zbrali v tabelo in jih prikazali s stolpčnim prikazom:

Žival	**Št.**
Pes	4
Mačka	6
Veverica	2
Konj	1
Skupaj	**13**



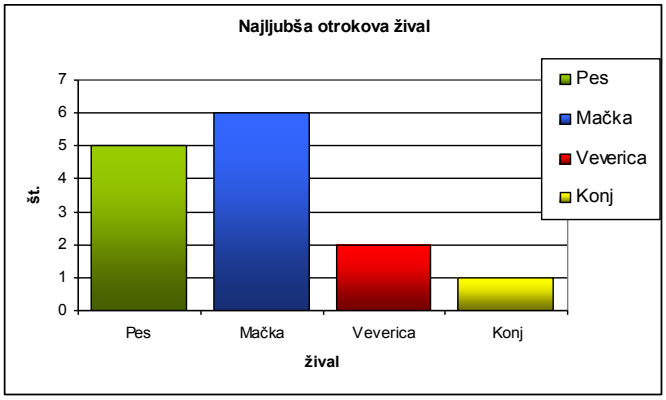
Slika 23: Najljubša otrokova žival – stolpčni prikaz 1

Vzgojiteljice so izračunale deleže in narisale tortni grafikon.



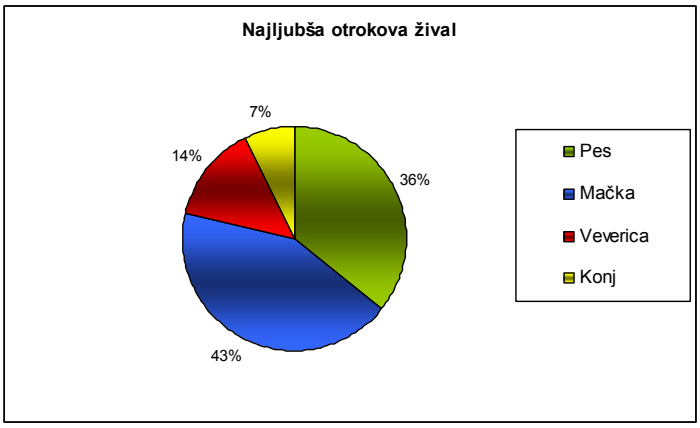
Slika 24: Najljubša otrokova žival – tortni prikaz 1

V vrtec je prišel še en otrok. Tudi njega so vprašali, katera žival mu je najbolj všeč. Odločil se je za psa. Popravili so tabelo in povečali prvi stolpec.



Slika 25: Najljubša otrokova žival – stolpčni prikaz 2

Vzgojiteljice so želele prikazati nove podatke s tortnim grafikonom. (Pozor! Znova so morale izračunati **vse** deleže in narisati nov tortni grafikon.)



Slika 26: Najljubša otrokova žival – tortni prikaz 2

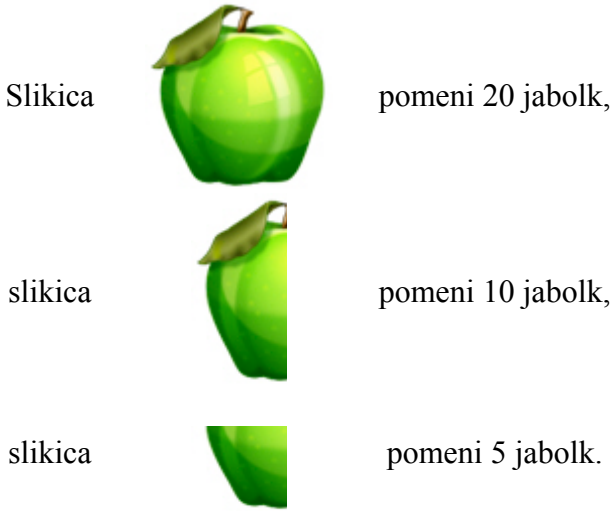
Z dijaki se pogovarjamo, katere podatke bi lahko prikazali z grafi, na primer merjenje višin otrok, mase otrok, višine dreves, zbiranje in prikazovanje pridelkov …

Dejavnosti za utrditev snovi

Dijaki gredo do drevoreda in izmerijo višine dreves s pomočjo svoje sence in podobnih trikotnikov. Zberejo vse podatke – višine dreves − in izračunajo povprečno višino, določijo srednjo vrednost in najpogostejšo vrednost ter podatke predstavijo z grafikoni. Z dijaki se pogovarjamo, kaj vse bi še lahko merili in kako. Merili bi s priročnimi merili − lahko s

palicami, koraki, prsti, svinčniki … Dobljene meritve bi primerjali med seboj in meritve prikazali z grafičnimi prikazi.

Dijake opozorimo na figurni prikaz, ki ga lahko uporabijo v vrtcih, in kaj pomeni polovica slikice. Za figurni prikaz je značilno, da ena slikica predstavlja več predmetov.



Slika 27: Figurni prikaz

Obravnavamo črtični diagram za neko preštevanje, na primer ~~IIII~~ pomeni število 5.

Dijaki s programom Excel narišejo prikaze.

Vadijo različne strategije zapisovanja podatkov, ko jih zbirajo (tabele, črtice, štetje in zapisi).

Dijaki rešujejo nalogi:
V dijaškem domu prebiva 160 dijakov in študentov. 10 % je v dijaškem domu študentov 1. letnika. Dijakov, ki obiskujejo 1. letnik, je 30 %. Dijakov, ki obiskujejo 2. letnik, je za 10 manj kot dijakov v 1. letniku. Dijakov, ki obiskujejo 3. letnik, je polovica manj kot dijakov, ki obiskujejo 1. letnik. Preostalo so dijaki 4. letnika.
Iz podatkov izračunaj povprečno starost prebivalcev v dijaškem domu. Upoštevaj, da so v 1. letniku dijaki stari 16 let, v 2. letniku 17 let, v 3. letniku 18 let, v 4. letniku 19 let in študentje 1. letnika 20 let.

Grafično ponazori število dijakov in študentov po letnikih v tem dijaškem domu.

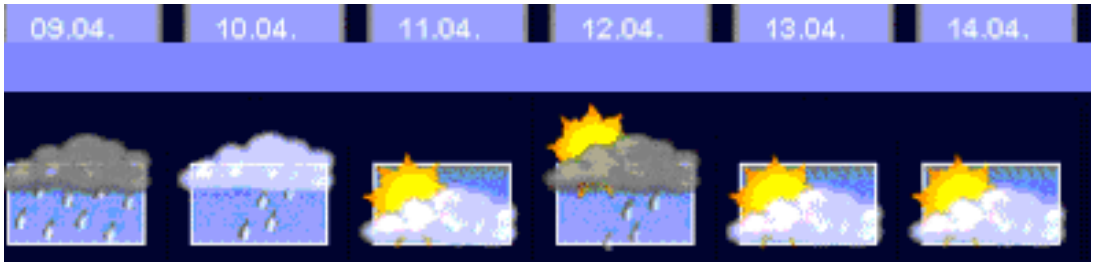
V bolnišnici je sestra pri jutranjem merjenju krvnega tlaka bolnike po številu udarcev srca v minuti razdelila v osem frekvenčnih razredov, kot prikazuje spodnja tabela. Izračunaj povprečno število udarcev srca v minuti pri bolnikih. Podatke predstavi s histogramom.

Razred	Število udarcev v minuti	Število bolnikov
1	50−60	20
2	60−70	25
3	70−80	18
4	80−90	15
5	90−100	34
6	100−110	28

Dejavnosti za delo v vrtcu

Vsak otrok naj prinese neko sadje, ki ga ima doma, v vrtec. Različne vrste polagate v različne košare. Pogovarjate se, koliko je katerega sadja, katerega je največ, katerega sadja ni …

Spremljanje vremena in označevanje za vsak dan posebej. Po preteku spremljanja se pogovarjate z otroci, koliko je narisanih sončkov, oblakov, dežnih kapljic, koliko je deževnih dni v primerjavi s sončnimi …



Slika 28: Spremljanje vremena

Otroci prebirajo knjige za bralno značko. Ko otrok pove zgodbico drugim otrokom in vzgojiteljici, mu ta v vnaprej pripravljeno tabelo, ki visi v igralnici, nariše sonček ali kakšno drugo slikico. Tako otroci sami spremljajo in preštevajo sončke oziroma slikice, da vedo, koliko zgodbic še morajo povedati, da bodo dobili nagrado za bralno značko. Pred tem se dogovorite, koliko sličic je treba zbrati.

Zbiranje zamaškov z nekim namenom in ločevanje teh po barvah v različne plastične posode. Potem se lahko pogovarjate, katerih barv zamaškov je največ, najmanj.

Merjenje višine otrok in označevanje višine za vsakega otroka na začetku in koncu šolskega leta. Pogovorite se, ali je na koncu šolskega leta kdo drug največji. Primerjajte tudi, za koliko je kdo zrasel, kdo je zrasel največ, kdo najmanj …



Slika 29: Merjenje višine otrok

Zbiranje sličic živali, izrezanih iz časopisov, in izdelava plakata.
Otroci merijo različne objekte s priročnimi merili (koraki, palicami, skoki, prsti) in primerjajo dobljene meritve s svojimi vrstniki. Zapisujejo meritve z grafičnimi prikazi (na primer koliko palic je dolga miza in za vsakega otroka narišejo rezultat na plakat).

Oblikujejo razpredelnice in grafične prikaze, ki so povezani z vsakdanjimi rečmi, opazovanjem narave in pri tem s štetjem in števili (na primer vsak dan naj nalepijo na razpredelnico simbol vremena tistega dne, simbol pesmi, simbol sprehoda, prometni znaki). Pogovarjamo se o oznakah in jim pomagamo poiskati in odčitati informacije z grafičnih prikazov.

Preverjanje znanja

Naloge iz statistike (izračunanje srednjih vrednosti; različni grafični prikazi …).
Primeri dejavnosti, v katerih imajo otroci v vrtcu možnost spoznavanja, oblikovanja in odčitavanja grafičnih prikazov.

Viri

Kurikulum za vrtce
Alfa 4
http://www.bbc.co.uk/schools/ks2bitesize/maths/data/mode_median_mean/play.shtml (srednje vrednosti)
http://www.mathgoodies.com/lessons/vol8/median.html (srednje vrednosti)
http://www.quia.com/rr/51667.html (srednje vrednosti − kviz)
http://davidmlane.com/hyperstat/intro.html
http://www.purplemath.com/modules/meanmode.htm

14. Geometrijska telesa in liki

Učna tema: Poznavanje geometrijskih lastnosti teles in likov

Učni cilji
Dijak:
- pozna geometrijska telesa in like, njihove ravne in ukrivljene robove ter ploskve in značilnosti v povezavi s simetrijo,
- opisuje telesa in like in izkoristi lastnosti v igri ali drugi vsakdanji situaciji,
- sodeluje pri načrtovanju in izvajanju dejavnosti, ki opisujejo lastnosti likov in teles, ki jih otroci opazijo ali uporabijo v svoji igri in dejavnostih.

Predvideno predhodno znanje: Poznavanje likov kroga, trikotnika (raznostranični, enakostranični, enakokraki, pravokotni), štirikotnika (kvadrat, pravokotnik, romb, trapez, deltoid), pravilnih in splošnih večkotnikov; poznavanje geometrijskih lastnosti likov; poznavanje geometrijskih teles (prizme (tristrane, štiristrane, kocke, kvadra), piramide, valja, stožca, krogle); poznavanje geometrijskih lastnosti teles.

Čas izvedbe: 4 ure
Dve šolski uri za temeljito ponovitev snovi ter dve šolski uri za načrtovanje in izdelavo pripomočkov za izvajanje dejavnosti v vrtcu.

Motivacija

Geometrija se v šoli pogosto omejuje na abstraktna telesa in like. Namen učenja pri tem modulu pa je povezati abstraktne koncepte iz geometrije z vsakdanjimi otroškimi predstavami in potrebami po izražanju pri igranju z geometrijskimi oblikami. Dijakom predstavimo nekatere tipične igrače, ki temeljijo na poznavanju geometrijskih lastnosti, za obe starostni skupini otrok, od 1 do 3 leta starosti in od 3 do 6 let starosti, kot so sestavljanke, škatle z odprtinami, kamor otrok vstavlja oblike, kocke (za gradnjo, ki niso prave kocke). Razpravljamo o poimenovanju igrač in razkoraku med pravilno uporabo imen za telesa in vsakdanjo uporabo med otroki (na primer kocke), ki se s starostjo otroka približuje pravemu matematičnemu poimenovanju. Razvojno so telesa otrokom bliže kot liki, črte ali točke. Dijaki razumejo obravnavo oblik z otroki glede na možnost otrokove manipulacije s predmeti iz okolja (telesa lahko primejo in se z njimi igrajo, like lahko zaznajo le vidno). Z dijaki razpravljamo o temeljnih razlikah med liki in telesi in strategijah določanja dimenzij med otroki. Primere likov je v vsakdanjosti najlaže najti med risbami in slikami. Ploščice, ki ponazarjajo like, so v resnici telesa (na primer kovanci). Pozornost namenimo prikazovanju teles na slikah v knjigah za otroke, kjer je ponekod upoštevana perspektiva in ponekod ne.

Dijaki s pomočjo predhodnega znanja ugotovijo prehajanje teles v like s pomočjo mrež in plaščev ter osnovnih ploskev teles. Izdelajo like iz raznobarvnega papirja z uporabo geometrijskega orodja − tudi zelo velikih dimenzij. Narejene like uporabijo za izdelavo umetniških slik, prikazov. Rišejo različne mreže teles na papir in izdelajo telesa. Sestavijo telesa v različne skulpture. Opazujejo in rišejo različne predmete od zgoraj, od spodaj, od spredaj, od zadaj, od strani, od daleč, od blizu ...

Teorija
Prvotna geometrija je bila po svoji naravi intuitivna. Ukvarjala se je samo z merjenjem, ni pa poskušala priti do kakih sklepov v obliki formul ali postavljati zakonitosti. Takrat so večinoma proučevali pravilne like in jih uporabljali pri dekoraciji predmetov, prostorov in

stavb. Okraševanje z geometrijskimi vzorci in uporaba geometrije v umetnosti sta se ohranila do danes.

Mnoge rudnine se v naravi pojavljajo v obliki kristalov − teles z gladkimi stranskimi ploskvami in ostrimi robovi. Takim geometrijskim telesom pravimo poliedri. Poliedri, katerih stranske ploskve so pravilni večkotniki in pri katerih se v vsakem oglišču stika enako število robov, so pravilni poliedri, imenujemo jih tudi platonska telesa (po Platonu (429−348 pred našim štetjem)). Pravilnih poliedrov je pet: tetraeder, heksaeder ali kocka, oktaeder, dodekaeder in ikozaeder. Sol je sestavljena iz kristalov v obliki kocke, diamant in zlato imata naravno obliko oktaedra, pirit (železov kršec) kristalizira v obliki dodekaedra, bor ima obliko ikozaedra, bakrova medlica pa je tetraeder. Obliko platonskih teles imajo tudi skeleti radiolarijev, zelo majhnih enoceličarjev, ki živijo v morju in jih imenujemo plankton, in celo nekateri virusi.

Geometrijske oblike imajo dimenzije od 0 do 3, to je smeri, v katere merimo njihovo velikost: 3D-telesa, 2D-liki, 1D-črte, 0D-točke (na primer razlika med pojmoma krog in krožnica).

Pri razlagi lahko izhajamo iz Močnikove razlage geometrije (od teles do točke):

Telo je vsaka reč, ki se razteza v tri smeri: naprej-nazaj, gor-dol in levo-desno, v vseh treh smereh pa je omejena. Tako reč lahko otipamo in ima svoji prostornino in površje, ki jo omejuje v prostoru. Na vsaki reči lahko pokažemo vse tri razsežnosti: dolžino, širino in višino. Vse tri razsežnosti telesa so omejene-končne. Tudi prostor, ki ga zavzema telo, je končen in pozneje tudi izmerljiv.

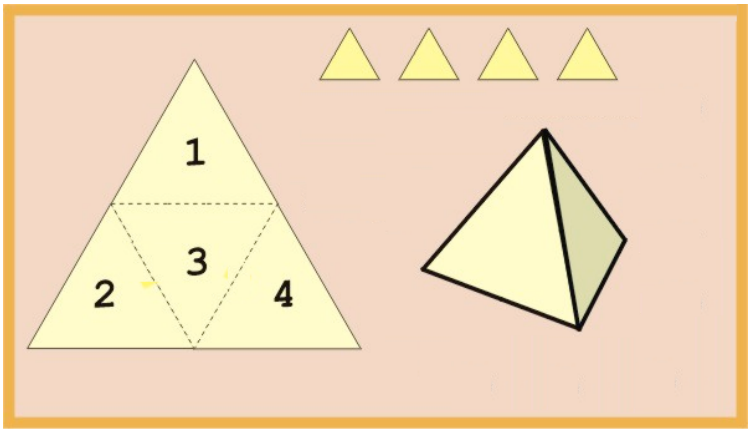
Površje telesa je lahko ravno ali krivo, glede na to, kako se prilega ravnini, na primer vodni gladini. V praksi pa prilagamo na površje telesa ravnilo, in če se ravnilo v vseh smereh prilega površju, je površje ravno. Vodoravna ploskev se razteza samo v dveh smereh in omejena vodoravna ploskev ima samo širino in dolžino. Torej ravna ploskev ima le dvojno razsežnost.

Telesa, ki jih omejujejo same ravne ploskve, so oglata telesa. Telesa, ki niso omejena s samimi ravnimi ploskvami, so okrogla telesa. Vse ploskve, ki omejujejo telo, imenujemo površje telesa. Površje telesa je izmerljivo in ga vedno lahko otipamo in izmerimo. Površina je konkretna in pozneje tudi izmerljiva količina.

Kjer se stikata dve ploskvi površja oglatega telesa, nastane rob. Tak rob je prema črta in se razteza le v eno smer. Če opazujemo konkretno telo, lahko to telo vedno tako obrnemo, da se bo opazovani rob raztezal v dolžino. Robove imenujemo črte in vsaka črta ima samo eno razsežnost − dolžino.

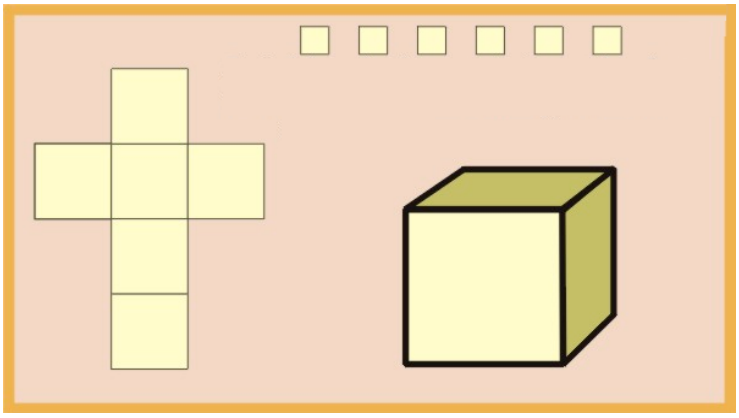
Kjer se stikajo vse tri ploskve oglatega telesa, nastane oglišče. Oglišče se ne razteza v nobeno smer – oglišče je točka. Točka nima nikakršne razsežnosti.

Dijaki znajo opredeliti lastnosti glede na to, ali veljajo za like ali telesa: na primer okrogla sta krogla in krog; oglato je telo, pravokotna je slika, drsi kvader, kotali se valj in zato tudi kovanec. Obravnavamo telesa in like s pomočjo slik in modelov ter primerov iz vsakdanjega življenja.



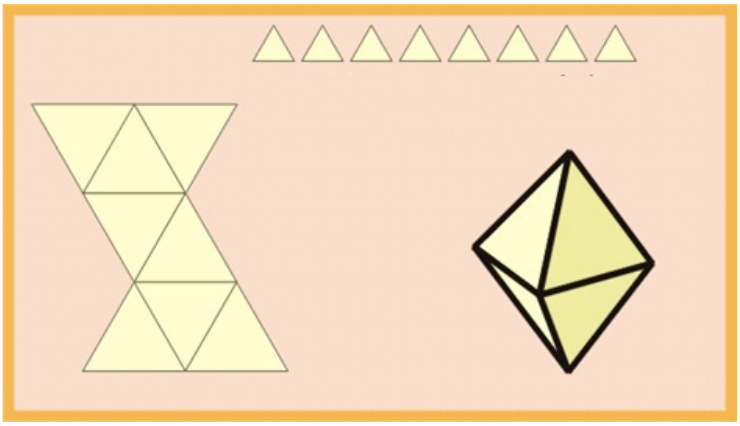
Potrebujemo le štiri enakostranične trikotnike, lepilni trak, malo dela in površje tetraedra je sestavljeno.

Shema 11: Tetraeder



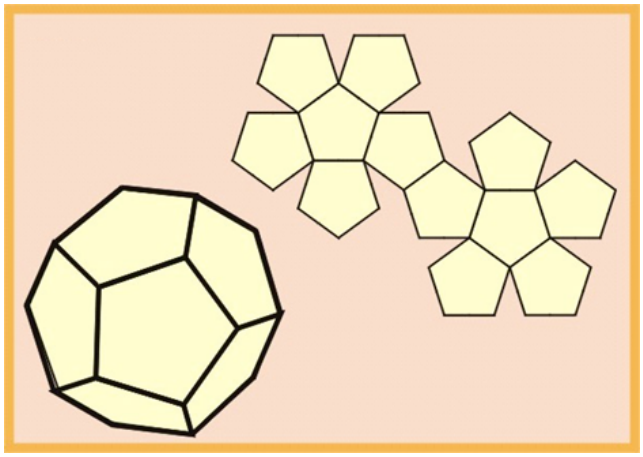
Za izdelavo površja kocke potrebujemo 6 kvadratov. Na sliki je ena izmed mnogih možnih načinov sestavljanja površja kocke.

Shema 12: Heksaeder ali kocka



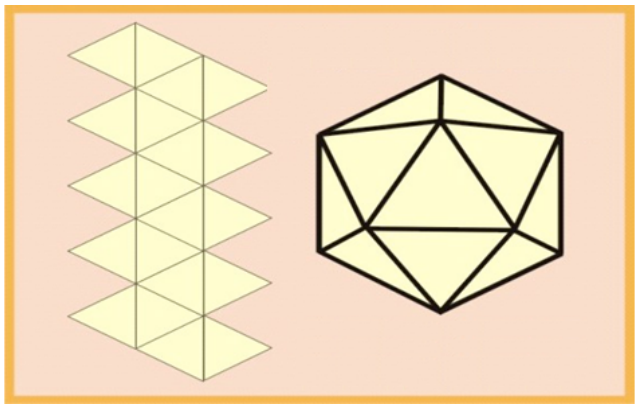
Za izdelavo površja oktaedra potrebujemo osem enakostraničnih trikotnikov.

Shema 13: Oktaeder



Za izdelavo površja dodekaedra ali dvanajsterec sestavimo iz 12 pravilnih petkotnikov.

Shema 14: Dodekaeder



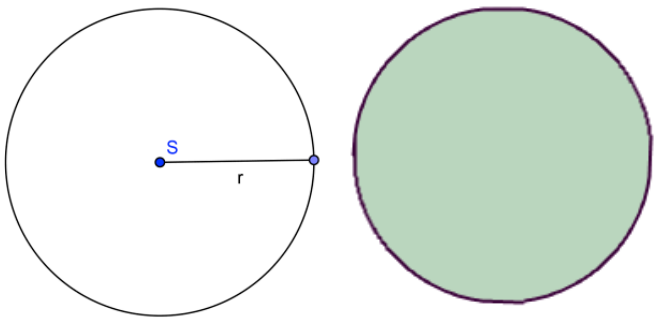
Za izdelavo površja ikozaedra potrebujemo kar 20 enakostraničnih trikotnikov.
Z malo ročne spretnosti bo trud pri izdelavi poplačan z lepim novoletnim okraskom.

Shema 15: Ikozaeder

Pomembno je, da dijaki osvežijo tudi svoje znanje merjenja v geometriji. Obseg je dolžina poti po robu lika ali pri nekaterih telesih po robu osnovne ploskve (na primer valj). Ploščina je lastnost likov. Površina je lastnost teles. Obe se izražata v kvadratnih enotah in računata s pomočjo obrazcev. V obrazcih nastopajo tipične dolžine daljic v likih (višina, diagonala, središčnica). Za osnovne like in telesa naj dijaki obrazce poznajo (kvadrat, pravokotnik, pravokotni trikotnik, kocka, kvader, krog), za druge se naučijo ustrezen obrazec poiskati v virih. S pomočjo mrež določajo telesa ter njihove površine in ploščine osnovnih ploskev.

Krožnica in krog

Krožnica je množica točk v ravnini, ki so od izbrane točke S (središče krožnice) oddaljene za r (polmer krožnice). Krog je množica točk v ravnini, ki so od izbrane točke S (središče krožnice) oddaljene največ za r (r je polmer krožnice).



Shema 16: Krožnica in krog

Obseg kroga: $o = 2\pi r$

Ploščina kroga: $s = \pi r^2$

Romb in kvadrat

Romb je v geometriji štirikotnik z vsemi stranicami enake dolžine oziroma je enakostranični večkotnik s štirimi stranicami. Če je kakšen kot v enakostraničnem štirikotniku pravi, potem so vsi njegovi koti pravi in takšen štirikotnik je kvadrat, kjer so tudi stranice pravokotne med seboj. V vsakem rombu sta nasprotni stranici vzporedni. Romb je tako poseben primer paralelograma. Romb je paralelogramu to, kar je kvadrat pravokotniku. Romb je tudi poseben primer deltoida, štirikotnika z dvema paroma enakih sosednjih stranic. Nasprotni stranici deltoida nista vzporedni, dokler deltoid ni tudi romb. Romb je poseben primer romboida, paralelograma z enakima nasprotnima stranicama in nasprotnima kotoma.

Diagonali v rombu sta druga na drugo pravokotni. Paralelogram je romb, če sta diagonali med seboj pravokotni. S povezavo razpolovišč stranic lahko tvorimo pravokotnik. Obseg je skupna dolžina vseh stranic. Ploščina romba je enaka polovici produkta dolžin njegovih diagonal.

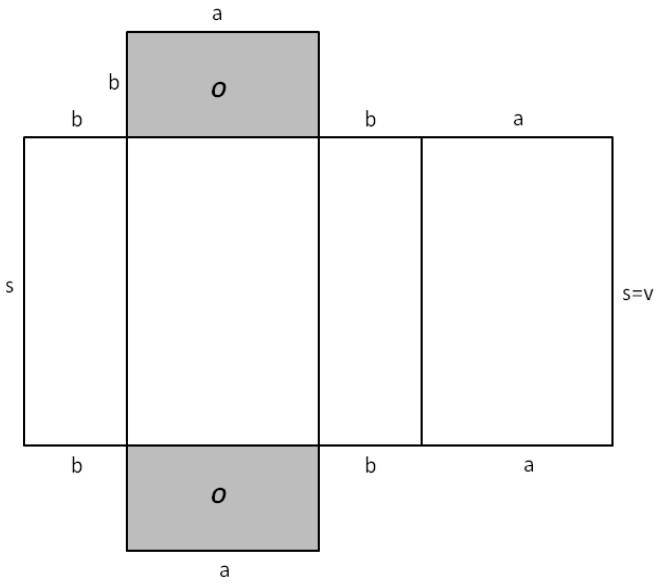
Pravokotnik

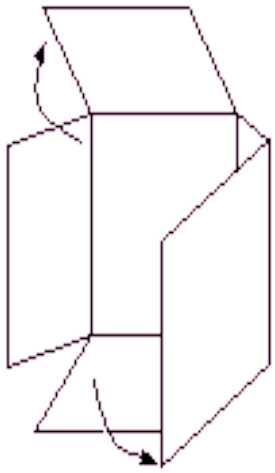
Pravokotnik je lik v ravninski geometriji, štirikotnik s štirimi enakimi koti − pravimi koti med stranicami. Ploščina pravokotnika je zmnožek dolžine in širine, podana je z: $S = ab$

Diagonali pravokotnika se razpolavljata in sta enake dolžine. Njuno dolžino lahko izračunamo z uporabo Pitagorovega izreka: $d = \sqrt{a^2 + b^2}$, kjer je d diagonala, a in b pa stranici pravokotnika.

Mreže teles

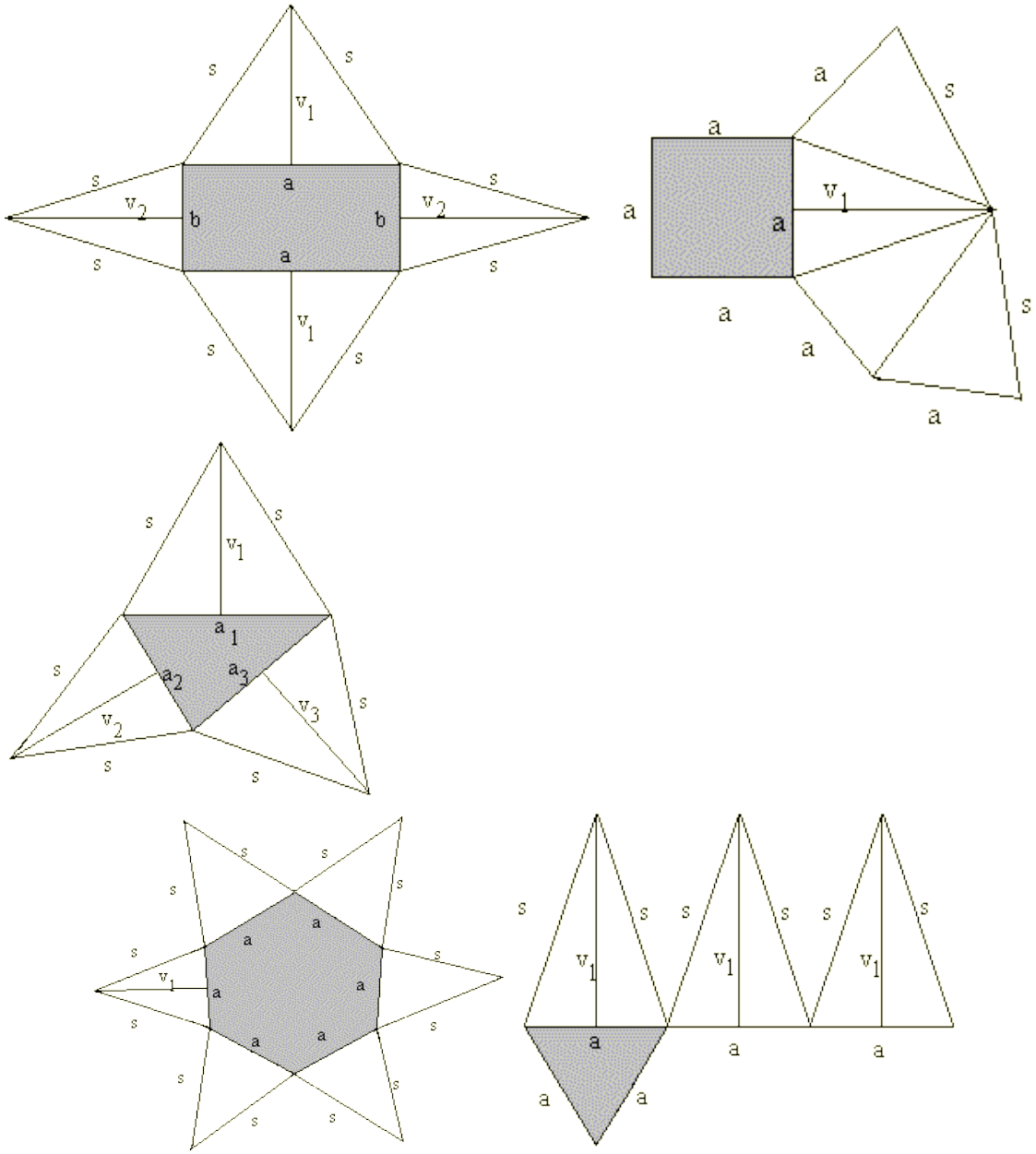
Kvader



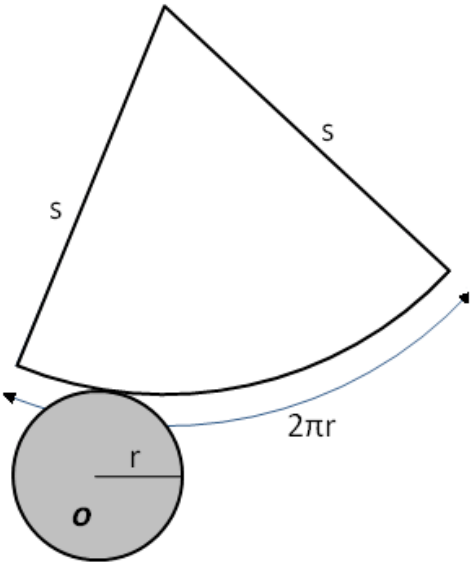


Shema 17: Mreža kvadra

Piramida

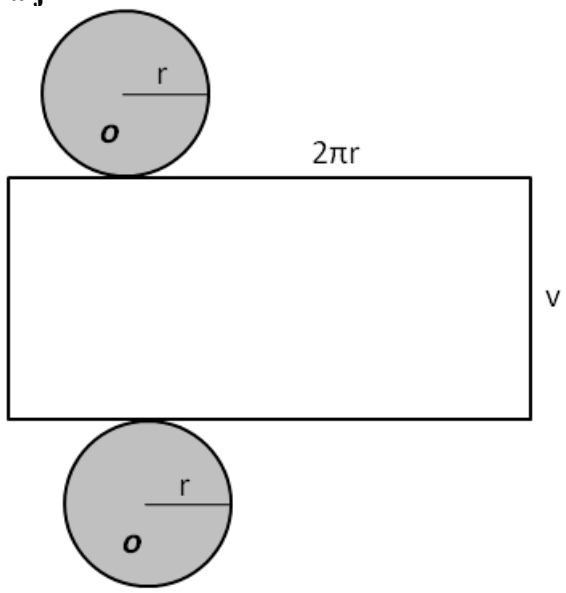

s
v1
v2
a
b
a
a
s
a
v1
a
a
a
a
s
a
a
s
v1
a1
a2
a3
v2
v3
s
a
a
a
a
a
a
v1
s
s
s

Stožec



Shema 19: Mreža stožca

Valj



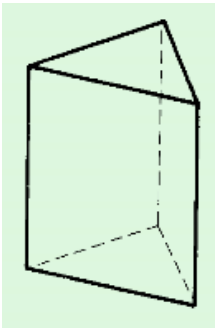
Shema 20: Mreža valja

Prostornina je lastnost teles in se izraža z votlimi merami (liter) ali s kubičnimi enotami. 1 liter je enako kot 1 kubični decimeter. Z dijaki ponovimo pretvarjanje enot med votlimi in kubičnimi merami. Predstavimo jim primere količin, da umerijo svoje zaznavanje teh količin (žlička za zdravilo za otroke − 5 ml ali 2,5 ml; liter soka, 100 litrov vode v kadi, širok nizek kozarec vsebuje 2 dcl tako kot visok ozek kozarec, smetana za stepanje v majhni kartonasti škatli in stepena smetana v skledi).
Primer prostornine telesa: prizma

Prizma

Prizma je oglato geometrijsko telo (polieder), omejeno z dvema osnovnima ploskvama in plaščem. Osnovni ploskvi prizme sta skladna in vzporedna n-kotnika. Plašč je sestavljen iz n paralelogramov, ki povezujejo obe osnovni ploskvi. Te paralelograme imenujemo stranske ploskve prizme. Stranice obeh osnovnih ploskev imenujemo osnovni robovi prizme. Vse druge robove imenujemo stranski robovi. Višina prizme je daljica, ki poteka od ene do druge osnovne ploskve in je nanju pravokotna.

Prizma, ki ima za osnovno ploskev n-kotnik, je n-strana prizma. Prizma, ki ima vse stranske robove pravokotne na obe osnovni ploskvi, je pokončna prizma. Vse stranske ploskve pokončne prizme so pravokotniki. Višina pokončne prizme je enaka stranskemu robu. Prizma, ki ni pokončna, je poševna prizma. Pravilna prizma je prizma, ki ima za osnovno ploskev pravilni n-kotnik in je pokončna.



Shema 21: Prizma

Prostornina in površina prizem

Prostornina	ploščina osnovne ploskve krat višina	V = Ov
Površina	dva krat ploščina osnovne ploskve plus plašč	P = 2O + pl
Plašč	obseg osnovne ploskve krat višina(samo za pokončne prizme)	pl = ov

Poseben primer prizme je kvader (pokončna štiristrana prizma, ki ima za osnovno ploskev pravokotnik). Kvader je oglato geometrijsko telo, ki ga omejuje 6 mejnih ploskev. Nasproti ležeči mejni ploskvi sta skladna in vzporedna pravokotnika. Kvader je pokončna prizma, ki ima za osnovno ploskev pravokotnik. Kvader ima 12 robov in 8 oglišč. Poseben primer kvadra je kocka.

Dejavnosti za utrditev snovi

Prepoznavanje likov in teles iz modelov, ocenjevanje ploščine likov, površine teles, pravokotnosti, prostornine. Izdelovanje modelov teles iz mrež, izdelovanje mrež za določena telesa (pripomočki: svinčnik, ravnilo, papir, škarje, lepilni trak, modeli teles).

Izdelovanje modelov teles in likov iz različnih materialov. Dijak lahko iz likov različnih barv in velikosti ustvari umetniške slike. Iz narejenih teles lahko ustvarja različne skulpture (hišice …).

Dejavnosti za delo v vrtcu

Izdelovanje različnih didaktičnih iger pri pouku in njihova uporaba pri delu z otroki v vrtcu.
Predlogi za dejavnosti in didaktične igre:

- Barvni tangram (sestavljanje ploščic različnih barv in oblik v leseni okvir …).
- Igra Spomin (24 kart po 12 parov, na katerih so narisani barvni liki).
- Igre s kockami (lesene kocke, legokocke ...).
- Loto »geometrijska telesa« (Pripomočki: geometrijska telesa, predloga z narisanimi telesi in vrtljivim kazalcem, šest predlog za otroke z narisanimi liki, ki pripadajo določeni ploskvi telesa. Otrok z vrtenjem kazalca določi sliko telesa, glede na sliko mora izbrati ustrezno telo in ga postaviti na svojo predlogo z narisanimi ustreznimi liki, in sicer tako, da ustrezna ploskev telesa paše na ustrezen lik, narisan na predlogi.).
- Igra s ploščicami (otrok se igra s ploščicami, ki ponazarjajo različne like in jih prosto oblikuje v različne figure).
- Izdelovanje piškotov v obliki različnih likov …
- Risanje obrisov (otroci lahko uporabijo embalaže različnih izdelkov, jih polagajo na papir in narišejo obris ploskve telesa). Odtiskovanje stranskih ploskev, ki jih pobarvajo z mokro barvo.
- Raziskovanje trga (dijak spoznava igre, ki se dobijo v prosti prodaji in dosegajo ustrezne matematične cilje).

Dijaki pri pouku izberejo dejavnost ali igro za otroke in se z učiteljem pogovorijo o matematičnih ciljih, ki jih ta igra dosega, o pravilni uporabi matematičnih pojmov in jo izdelajo. Pri izdelavi iger, ki so lahko šolska ali domača naloga, pusti učitelj dijakom čim večjo samostojnost in ustvarjalnost, pazi predvsem na pravilno uporabo matematičnih pojmov.

Preverjanje znanja

Dijak izbere ustrezno didaktično igro, jo predstavi pred razredom in razloži, zakaj jo je izbral in kako jo bo uporabil pri delu z otroki.
Dijak izdela didaktično igro in jo predstavi pred razredom.
Dijak navede primere iz vsakdanjega življenja v vrtcu, ki jih lahko poveže z matematičnimi dejavnostmi oziroma ki predstavljajo otroku kontekst za matematične dejavnosti.

Če iz ponovitve snovi ugotovimo, da je predhodno znanje geometrije med dijaki šibko, se matematično znanje geometrije preveri in oceni v obliki testa.

Viri:

Spatium, matematika za 3. letnik gimnazije; Marina Rugelj, Janez Šparovec …; Modrijan, Ljubljana, 2003.
Od teles do točke; dr. Zvonko Perat; Novo mesto 2005.
Diplomske naloge na pedagoški fakulteti z naslovi: Matematične didaktične igre v predšolskem obdobju (Tadeja Balažič), Matematične igre za triletne otroke (Barle Simonca), Matematika v igralnici (Lavar Vanda) …

15. Geometrijske oblike. Količine v geometriji.

Učna tema: Geometrijske oblike v ravnini in prostoru

Učni cilji
Dijak:
- na podlagi geometrijskih lastnosti uporablja pojme za obliko in izraze za geometrijske količine,
- načrtuje možnosti za spoznavanje otrok z geometrijskimi oblikami in količinami v vsakdanjem življenju v vrtcu.

Predvideno predhodno znanje: Geometrijski liki in telesa.

Čas izvedbe: 2 šolski uri

Motivacija

Potem ko poznamo like in telesa, jih umestimo med druge geometrijske koncepte. S pomočjo geometrijskih lastnosti opisujemo svet okoli sebe. V vsakdanjem življenju uporabljamo pojme ravno in krivo, vzporedno, pravokotno ter koncepte, ki izhajajo iz geometrije. Stolček na treh nogah se nikoli ne maje. Dijaki povežejo pojem ravnine, ki je določena s tremi točkami, z nestabilnostjo stola.

Točka v vsakdanjem življenju pomeni točko v prostoru, na zemljevidu, v besedilih, v času. Razpravljamo o svojih otroških predstavah o točki, razmerju do premice in njene dolžine. Povežejo s pojmom neskončnosti v abstraktnem svetu in primerov premic, ki v realnem svetu niso neskončne. Primeri modelov premic so črte za reaktivnimi letali, ki letijo premočrtno. Te premice opazujemo v prostoru in, čeprav se navidezno sekajo, so v resnici lahko mimobežnice. Dijaki razmislijo o razlikah med premicami, ravninami in točkami v prostoru in na ravnini.

Otrokom je intuitivno blizu pojem kota (kot sobe), ki ga včasih poimenujejo tudi vogal. Otroci v svojih potrebah opazijo in uporabijo pravokotnost (semafor stoji pravokotno na cesto, ni nagnjen). Čeprav je pojem kota zahteven koncept, naj bodo dijaki pripravljeni na otroška vprašanja in razumejo, da se kot razteza v neskončnost med dvema krakoma, da ga določa vrh, ki je točka in da je velikost kota določena s tem, koliko sta kraka razmaknjena med seboj.

Dijaki iz mreže kocke in valja sestavijo modela obeh teles. Razpravljajo o tem, kaj je okroglo in kaj oglato: lik je okrogle oblike, če nima vogalov, to sta krog, elipsa. Telo je okrogle oblike, če se da kotaliti, to so: krogla, valj in stožec. Lik je oglate oblike, če ima vogale, to so: kvadrat, pravokotnik romb, paralelogram, trapez. Telo je oglate oblike, če se ne da kotaliti, to so kocka, kvader, prizma, piramida. Dijaki manipulirajo z okroglimi in oglatimi telesi, katerih ploskve se lahko snamejo in jih uporabljamo pri pouku matematike. Dijaki razpravljajo, katere vsakdnje reči so okrogle in katere oglate: plastičen kozarec, žoga, škatlo od čaja … Razvrščajo predmete na oglata in okrogla telesa.

Teorija

Točka in premica
Točka nima dimenzije. Označimo jo s črtico, z majhnim krožcem ali križcem in črko A, B, C. Črta je množica točk. Čeprav točke nimajo dimenzije, imajo omejene črte dolžino, ne pa širine. Premica je neskončna ravna črta. Natanko jo določata dve različni točki. Premico poznamo, če vemo, skozi kateri dve točki gre. Premico označimo samo s črkami: p, q, r. Če točke ležijo na neki premici, pravimo, da so *kolinearne*. Če pa za dane točke ne moremo dobiti take premice, da bi vse ležale na njej, pravimo, da so *nekolinearne*.

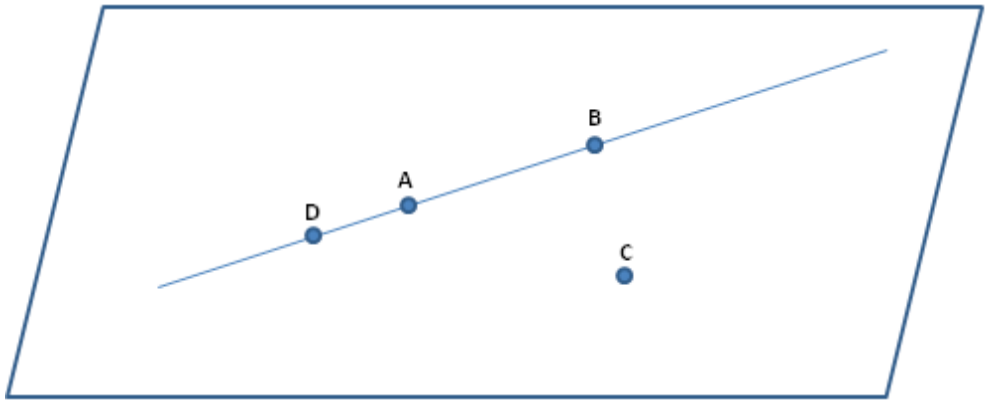
Daljica
Omejena ravna črta je daljica. Daljici lahko izmerimo dolžino. Dve enako dolgi daljici sta skladni. Daljico določata krajišči, točki na robu. Daljici sta lahko med seboj vzporedni in se ne sekata. Premici v ravnini se lahko sekata ali pa sta vzporedni. Če se sekata, je med njima kot, ki je včasih pravi.

Ravnina
Če lik v prostoru raztegnemo v obe dimenziji, nastane ravnina. Ravnina ima samo dolžino in širino. Ravnina je enolično določena:
s tremi nekolinearnimi točkami,
s premico in točko, ki ne leži na tej premici,
s premicama, ki se sekata,
z dvema vzporednicama, ki ne sovpadata.
Oznaka za ravnino: $\Pi, \Phi, \Omega, \ldots$

Množica točk premice, ki ležijo med različnima točkama A in B, vključno z A in B, je daljica AB. Točki A in B sta njeni krajišči. Premica, na kateri leži daljica, se imenuje nosilka daljice.
Vsaka premica razdeli ravnino na dve polravnini. Premica se imenuje rob polravnine. Lik je množica točk v ravnini, katero omejuje sklenjena krivulja.

V nadaljevanju je navedenih nekaj primerov podobnih konceptov in prepoznavnih lastnosti, ki opredeljujejo vsakega.

Na shemi je premica. Označenih je nekaj točk:



Shema 22: Premica

Točke A, B in D ležijo na premici, črta med točkama A in B je daljica, točke A, B in D so kolinearne, točke A, B in C so nekolinearne.

Količine

Vzamemo svinčnik in z njim izmerimo pravokotno mizo po dolžini in širini. Povemo, koliko svinčnikov je široka in koliko dolga. Ponovimo s svinčnikom drugačne dolžine. Pogovarjamo se, kako ugotovimo, katera miza je večja. Dijaki ločijo med dolžino in površino mize ter ploščino pravokotnika, ki predstavlja mizno ploščo. Velikost lika je lahko velikost ene od obeh dimenzij, obseg ali ploščina, zato spodbujamo uporabo specifičnih pridevnikov za velikost določene količine: daljši, širši, ožji, debelejši, manj ali bolj globok v primerjavi z izrazoma večji in manjši.

Dejavnosti za utrditev snovi

Dijaki rešijo nekaj klasičnih načrtovalnih nalog iz ravninske geometrije, da osvežijo spomin na posamezne koncepte, vadijo uporabo orodja (šestila, geotrikotnika). Geometrijske oblike načrtajo v velikih dimenzijah s priročnim orodjem (svinčnik na vrvici za šestilo, dva trikotnika za vzporednice). Geometrijske lastnosti teles in likov preverjajo na modelih s priročnimi pripomočki ali o njih presojajo (velikost kota, dolžine stranic, vzporednost).
Izdelajo plakat, ločen na okrogel del in oglati del ali na 2D- in 3D-lastnosti. Če je na voljo, uporabimo računalniške programe za ponazoritev oglatih teles (na primer sistem Jovo). (http://www.logika.si/jovo/index.htm)

Dejavnosti za delo v vrtcu

Dijaki zasnujejo in v majhnih skupinah simulirajo igro otrok v vrtcu, kjer pridejo do izraza geometrijske lastnosti in delo s količinami.
V igralnici iščejo okrogle in oglate oblike in jih postavljajo na različna kupčka.
Poskušajo zlesti v različno velike kartonske škatle in ugotavljajo, katera škatla je dovolj velika za njih, katera premajhna. Pogovorite se z otroki, kakšne oblike je škatla.
Iz različnih oblik likov, ki jih dobijo, zlepijo neko žival.
Zunaj na igrišču in v igralnici iščejo oblike, ki so ravne in špičaste, pozorni so na okrogle in oglate oblike, tudi v pesku delajo različne oblike.
Oblikujejo telesa z glino, polnijo modele s peskom, prelivajo vodo, pesek v različno velike posodice.
Različne velikosti likov položimo na mizo. Izdelajo plakat, ločen po velikostih: veliko − majhno.

Pozorni so na poimenovanje velika − majhna žoga, velika – majhna miza, dolga miza, široka miza, velik – majhen stol, velika – majhna omara, široka omara, visoka omara, veliko – majhno drevo, velika – majhna palica, veliko si pojedel, malo soka si spil …
Otrokom damo mreže teles, ki jih izrežejo in prepogibajo po črtkanih črtah.
Origami: iz papirja prepogibamo in naredimo kapo, ladjico …

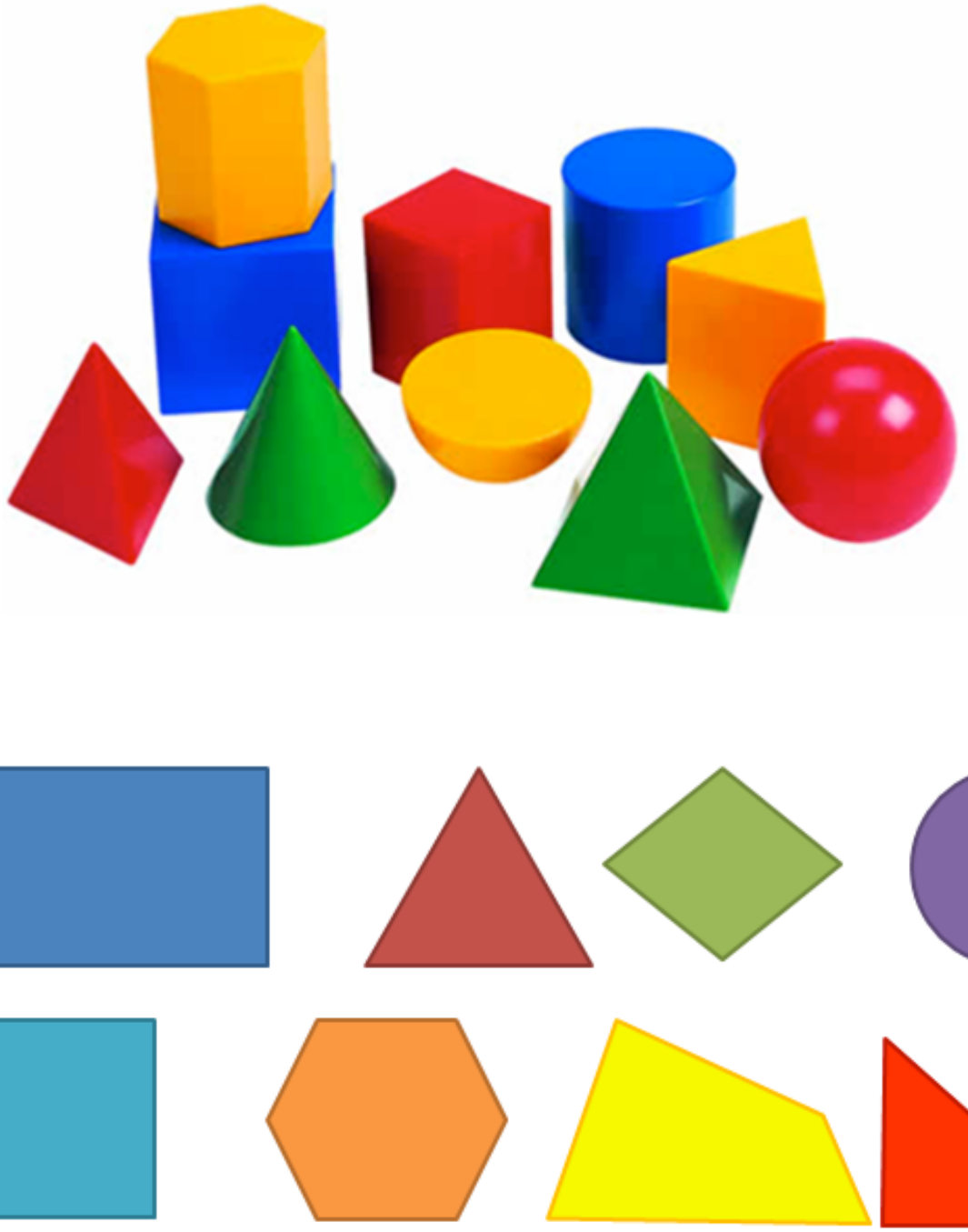
Preverjanje znanja

Reševanje nalog iz ravninske geometrije in geometrijskih lastnosti teles.

Izdelava seminarske naloge, v kateri bi opisali dejavnost oziroma dejavnosti v vrtcu, ki bi vključevale predmete iz vsakdanjega življenja ter rabo imen za obliko (oglato in okroglo) in izrazov za količino (veliko, majhno), dolžino, širino.

Viri

G. Pavlič, M. Rugelj, J. Šparovec, D. Kavka: Od piramid do kaosa: matematika za 2. letnik tehniških in drugih strokovnih šol. Založba Modrijan, 2002
M. Rugelj, J. Šparovec, D. Kavka, G. Pavlič: Od logaritmov do vesolja: matematika za 3. letnik tehniških in drugih strokovnih šol. Založba Modrijan, 2003
Še o štirikotnikih na spletnih straneh:
http://javor.pef.uni-lj.si/racek/Nejta_Bremec/stirikotnik.html
http://www2.arnes.si/~jsinko/kviz/kviz.html
http://www.gimvic.org/projekti/timko/2002/2a/geometrija/html/stirikotnik.html#Romb
Virtualni učbenik – Oglata geometrijska telesa
http://www.educa.fmf.uni-lj.si/izodel/sola/2002/dira/oblak/html/index.htm
Okrogla geometrijska telesa
http://www.educa.fmf.uni-lj.si/izodel/sola/2002/dira/mlakar/stran/meni.htmhttp://iris.pfmb.uni-mb.si/old/didgradiva/2005/uc_geotelesa/index.htm



Shema 23: Telesa in liki

16. Orientacija v prostoru

Učna tema: Raba predlogov in prislovov za prostorske odnose. Simetrija.

Učni cilji
Dijak:
- uporablja predloge in prislove za prostorske odnose (v, pod, zgoraj, spodaj, pred, zadaj, blizu, daleč, znotraj, zunaj, levo, desno, nad),
- je pozoren na uporabo predlogov in prislovov za prostorske odnose v vsakdanji komunikaciji,
- prepozna osno in sučno simetrijo in zaznava primere, kjer se simetrične lastnosti uporabljajo,
- razlikuje slike istega predmeta po različnih transformacijah v ravnini in prostoru,
- načrtuje in izvede pripravljeno dejavnost pri delovni praksi v vrtcu, kjer otroci spoznavajo prostorske odnose.

Predvideno predhodno znanje: Pomen predlogov in prislovov za prostorske odnose (v, pod, zgoraj, spodaj, pred, zadaj, blizu, daleč, znotraj, zunaj, levo, desno, nad). Razume problem predstavitve prostorskih razmerij otrokom zaradi zrcaljenja čez vertikalo (levo in desno za dve osebi, ki se gledata). Dijak pozna osno simetrijo, simetrale likov in teles in loči posledice zrcaljenja, vrtenja in togega premika v ravnini.

Čas izvedbe: 3 šolske ure

Motivacija

Dijaki povežejo znanje iz razvojne psihologije otroka z obsegom govora v obdobju do 3 in do 6 let. V knjigah za to starost poiščejo pojme iz geometrije, ki opisujejo položaj enega predmeta, osebe ali živali glede na drugega. Ogledajo si kartonaste slikanice, ki otrokom prikazujejo pojme položaja brez besedila, in razpravljajo o tem, kako bi se z otrokom ob taki slikanici pogovarjali. Opredelijo pojme glede na težavnost predstave, na natančnost lokacije (»daleč« otrok težko opredeli v absolutnem smislu; »za omaro« težko preveri).

Teorija

Opredelitev položaja predmeta je relativna. Najprej moramo določiti izhodiščno točko ali položaj, glede na katerega določimo lego opazovanega predmeta. Predmet je za izhodiščnim predmetom, če je opazovalec pred njim, in pred izhodiščnim predmetom, če je opazovalec za njim. Poseben primer sta pojma levo in desno. Predmete določamo levo in desno od izhodišča ali levo in desno od opazovalca (sebe). Osebi, ki ji poročamo, levo in desno ni nujno na isti strani kot opazovalcu. Otrok, ki se uči, kaj sta levo in desno, se ločeno uči svoji levo in desno stran telesa (noga, roka) in gibanja v prostoru na levo ali desno. Pri spoznavanju položaja, še posebno leve in desne strani, se vzgojitelj postavi z otroki v isto smer, da se ne zgodi dvojna zamenjava leve in desne strani.

Simetrija

Liki, ki jih s premico prepolovimo tako, da se polovici prekrijeta, so osnosimetrični ali somerni. Premica, ki simetrijo določa, je simetrala. Liki imajo lahko več simetral. Dijaki ponovijo simetrale osnovnih likov in risanje simetrične polovice zrcalne slike na drugo strani simetrale.

Liki so lahko simetrične oblike glede na original tudi, če jih zavrtimo okoli okoli točke. Takim likom pravimo sučnosimetrični liki. Primer takega lika je kvadrat pri vrtenju za pravi kot in pravokotnik pri vrtenju za pol obrata okoli njegovega središča.
Simetrale imajo tudi telesa, ki si jih tako kot pri likih predstavljamo kot osi vrtenja v prostoru.

Pri relativnosti določanja položaja predmetov v prostoru imajo bistveno vlogo togi premiki ali izometrije v prostoru. Najpomembnejše tri izometrije v prostoru so zrcaljenje (refleksija), vrtenje (rotacija) in vzporedni premik (translacija).

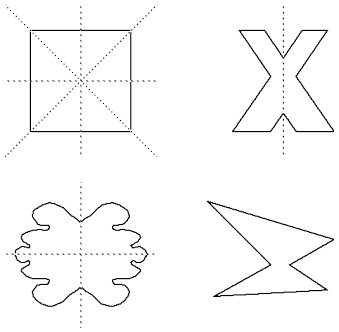
Zrcaljenje predmet »obrne« prek premice (simetrijske osi) in ga pretvori v zrcalno obliko.
Nekaj primerov simetrije iz vsakdanjega življenja:

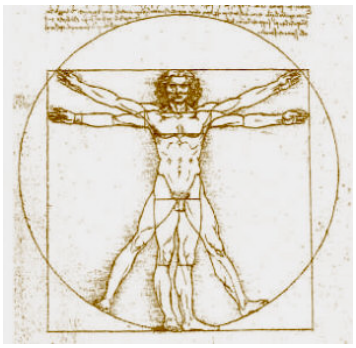

preproga


Hiša


metulj


skleda


liki in simetrijske osi


človeško telo

Slika 30: Primeri simetrije in zrcaljenja

Zrcalimo lahko tudi čez točko. Primer takšnega zrcaljenja je nastanek slike v našem očesu. Slika se pri takem zrcaljenju obrne na glavo.

Vrtenje lik zasuče okoli nepomične točke (središča) za določen kot v eno ali drugo smer. Pomembno je, da navedemo, v kateri smeri vrtimo, najpogosteje v smeri urnega kazalca ali nasprotni.
Telo vrtimo tudi okrog daljice ali premice, ki se imenujeta os vrtenja. Dijaki bi lahko snov povezali z znanjem o vrteninah pri obravnavi integralskega računa iz matematike v zadnjem letniku.

Primer:
1. Če pravokotnik s stranicama a in b zavrtimo okrog stranice b, dobimo valj, ki ima višino b in polmer a.
2. Če enakokraki trikotnik zavrtim okrog višine na osnovnico, dobimo stožec z višino, enako višini trikotnika, in polmerom, enakim polovici osnovnice trikotnika.

Vzporedni premik predmet »prestavi« iz ene lege v drugo tako, da vse njegove točke potisne v isti smeri za isto razdaljo na nov prostor. Pravimo, da vzporedni premik lik ali telo pomakne vektorsko. Pri premiku se ohranijo vsa razmerja med dolžinami in velikostmi kotov in stranic.

Dijaki ponovijo geometrijsko načrtovanje premika, zrcaljenja ter zasuka nepravilnih in pravilnih likov. Ločijo zasuk in zrcaljenje čez točko.

Dejavnosti dijakov za utrditev snovi

Dijaki s pomočjo manipulacije z ravnim zrcalom raziskujejo slike predmetov po zrcaljenju čez premico. Raziskujejo zasuk izrezanih likov tako, da rišejo njihove obrise po sukanju. Rišejo vzporedni premik lika in dobijo 3D-sliko telesa, ki ima dan lik za stranski ploskvi. Dopolnjujejo nakazan vzorec v zgornji četrtini kvadrata tako, da bo slika simetrična glede na navpično in vodoravno središčnico kvadrata.

Dejavnosti za delo v vrtcu

Dijaki izdelujejo različne didaktične igre pri pouku in jih uporabijo pri delu z otroki v vrtcu.

Izdelovanje hišk iz kartonskih škatel, šotorov v obloki piramid ali stožca, predorov v obliki valja (narejene hiške, šotore, predore lahko uporabijo pri gibalni igri z otroki; pri tem se lahko otroci igrajo tako, da se gibljejo po prostoru, skozi narejena »telesa«, da spoznavajo ali utrjujejo pojme, kot so v, pod, zgoraj, spodaj, pred, zadaj, blizu, daleč, znotraj, zunaj, levo, desno, nad).

Igra Delamo v kamnolomu (otroci se gibljejo po prostoru skozi predore valjaste oblike, škatle z izrezanimi okni in vrati v obliki kroga, kvadrata …, preskakujejo različne ovire v obliki teles po navodilih vzgojiteljice in pri tem iščejo zaklade v obliki določenih likov …).

Ogledovanje otroka in njegove okolice v zrcalu. Igre z zrcalom.

Izdelovanje kart, na katerih so slike igrač, slikanih iz različnih smeri (od spredaj, od zadaj, od strani, od zgoraj, od spodaj, od blizu, od daleč …). Otroci poiščejo karte, ki prikazujejo isto igračo.

Pogovor o rabi predlogov za prostorske odnose v vsakdanjem življenju.
Vodenje otrok pri izdelavi simetrične slike s prepogibanjem in odtiskovanjem mokre risbe.
Izdelava labirinta (na primer v obliki gazi po snegu, na travniku) in vodenje otroka z zaprtimi očmi po njem po ukazih x korakov naprej, levo, y korakov naprej, desno ...

Izdelava simetričnih polovic slik za otrokovo dopolnjevanje v vrtcu. Priprava na risanje simetričnih ornamentov ali izrezovanje okraskov (za novoletne smrečice).

Dijaki pri pouku izberejo dejavnost ali igro za otroke in se z učiteljem pogovorijo o matematičnih ciljih, ki jih ta igra dosega, o pravilni uporabi matematičnih pojmov in jo izdelajo. Pri izdelavi iger, ki so lahko šolsko ali domače delo, pusti učitelj dijakom čim večjo samostojnost in ustvarjalnost, pazi predvsem na pravilno uporabo matematičnih pojmov.

Preverjanje znanja

Pomen (ustrezne rabe) predlogov in prislovov za prostorske odnose.

Osna simetrija, simetrale likov in teles ter posledice zrcaljenja, vrtenja in vzporednega premika v ravnini.

Dijak izbere ustrezno didaktično igro, jo predstavi pred razredom in razloži, zakaj jo je izbral in kako jo bo uporabil pri delu z otroki.

Če dopuščajo možnosti, dijaki uporabijo izdelane igre pri delu z otroki v vrtcu (pedagoška praksa) in se o odzivih otrok in uporabnosti narejene igre pogovorijo z učiteljem.

Dijak izdela didaktično igro in jo predstavi pred razredom, učitelj jo oceni glede na samostojnost, ustvarjalnost dijaka in pravilno uporabo matematičnih pojmov.

Viri

Spatium, matematika za 3. letnik gimnazije; Marina Rugelj, Janez Šparovec …; Modrijan, Ljubljana 2003.
Od teles do točke; dr. Zvonko Perat; Novo mesto 2005.
http://www.o-tozagorje.tb.edus.si/_ucitelji/ucitelji/nermin/poli/index.html
Diplomske naloge na pedagoški fakulteti z naslovi: Matematične didaktične igre v predšolskem obdobju (Tadeja Balažič), Matematične igre za triletne otroke (Barle Simonca), Matematika v igralnici (Lavar Vanda) …

17. Osnove logičnega sklepanja

Učna tema: Logično sklepanje in izjavni račun

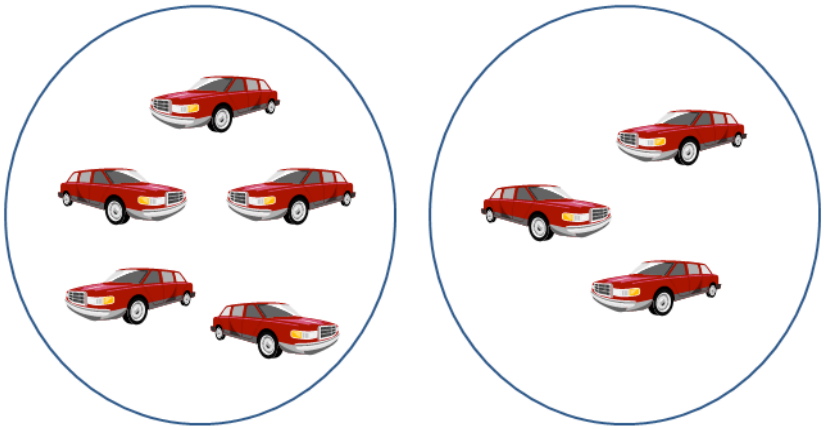
Učni cilji
Dijak:
- obnovi teoretično znanje iz osnov logičnega sklepanja,
- načrtuje pogovore, v katerih uporablja resnične in neresnične trditve in jih povezuje z implikacijo, konjunkcijo ter disjunkcijo,
- uporablja veznike, prislove, ki izražajo napovedovanje, sklepanje, predvidevanje (kaj bi …, če bi …; zgodilo se je, ker …; kako bi lahko …),
- pozna situacije in dejavnosti v vrtcu, ki ponujajo možnosti za spodbujanje logičnega sklepanja pri otrocih.

Predvideno predhodno znanje: Osnovni pojmi izjavnega računa.

Čas: 2 šolski uri

Motivacija

Dijaki opazujejo sliko. Pri opazovanju slike tvorimo različne stavke. Ugotavljajo, ali so izrečeni stavki izjave, in ugotavljajo pravilnost izrečenih izjav.



Slika 31: Različne množice

Teorija

Izjava je vsaka smiselna pripoved, ki se ji lahko določi resničnost oziroma neresničnost.

Primeri
Kakšne znamke so avtomobili? (To ni izjava, ker je vprašalni stavek.)
Od Ljubljane do Kočevja porabi vsak avtomobil 20 metrov goriva. (Ni izjava, ker stavek ni smiseln. Porabe goriva ne moremo meriti v metrih.)
Avtomobili, ustavite se! (Ni izjava.)
Vsi avtomobili na zgornji sliki imajo enako karoserijo. (Resnična izjava.)
Na slikah so modre pnevmatike. (Neresnična izjava)

Izjave je mogoče med seboj povezovati v »nove« sestavljene izjave, katerih resničnost je odvisna od:
a) resničnosti posameznih izjav, iz katerih je nova izjava sestavljena, in
b) načina povezave med izjavami.

Osnovne logične operacije, s katerimi povezujemo izjave so:

Operacija	**Znak**	**Ime operacije**	**Pravilnost**
NE	$\neg$ ali $\sim$	NEGACIJA	Resnična, če je prvotna izjava neresnična.
IN	$\wedge$	KONJUNKCIJA	Resnična, če sta obe delni izjavi resnični.
ALI	$\vee$	DISJUNKCIJA	Resnična, če je najmanj ena od delnih izjav resnična.
SLEDI OZ. ČE-POTEM	$\Rightarrow$	IMPLIKACIJA	Je neresnična le v primeru, če je prva izjava resnična, druga pa neresnična.
NATANKO TEDAJ	$\Leftrightarrow$	EKVIVALENCA	Resnična, če sta obe delni izjavi resnični ali obe delni izjavi neresnični.

Primer negacije:
A: V desni množici je pet avtomobilov.
$\neg$A: V desni množici ni pet avtomobilov.
Lahko tudi, $\neg$A: Ni res, da je v desni množici pet avtomobilov.
Napačno $\neg$A: V desni množici je manj kot pet avtomobilov. (Izjava je sicer resnična, vendar to ni zanikanje izjave A.)

Primer konjunkcije:
A: V desni množici so trije avtomobili.
B: Avtomobili imajo črne pnevmatike.
A$\wedge$B: V desni množici so trije avtomobili in imajo črne pnevmatike.

Primer disjunkcije:
A: Avtomobil ima električen pogon.
B: Avtomobil je znamke BMW.
A$\vee$B: Avtomobil ima električen pogon ali je znamke BMW. (Lahko velja tudi oboje.)

Primer implikacije:
A: Avtomobil se je pokvaril.
B: Poklicali bomo vlečno službo.
A $\Rightarrow$ B: Če se je pokvaril avtomobil, bomo poklicali vlečno službo.

Primer ekvivalence:
A: Imam vozniški izpit B-kategorije.
B: Smem voziti avtomobil.
A$\Leftrightarrow$B: Če in samo če imam vozniški izpit B-kategorije, smem voziti avtomobil.

Dejavnosti za utrditev snovi

Dijak pripravi resničnostno tabelo za sestavljene izjave s primeri.
Dijak razloži drugim svoj načrt, potek dela, rezultat.
Dijak si zapisuje vmesne rešitve pri izpeljavi projekta zaradi lastne potrebe. Ko šteje na primer avtomobile, si označi, koliko je rdečih.
Dijak se navadi, da napoveduje rezultat, preden se stvar izračuna, izmeri ali prešteje.
Dijak pripravi primere izjav z uporabo logičnih operatorjev za rabo z otroki v vrtcu.

Dejavnosti za delo v vrtcu

Pripravimo resnične in neresnične izjave pri:

- opazovanju velikosti množic (v obeh množicah je enako število avtomobilov);
- štetju predmetov v skupinah (med 9 drevesi rastejo 3 smreke);
- opazovanju vzorcev na oblačilih, igračah, vsakdanjih predmetih, slikah (punčka ima črtasto majico);
- opisovanju geometrijskih in fizikalnih lastnosti (žoga je okrogla);



Slika 32: Različne žoge

- opisovanju položaja (avto se pelje po cesti);
- opisovanju površine (voda je mokra);
- opisovanju velikosti (dijaki izmerijo svoje višine in se po velikosti primerjajo med seboj; napovejo, kdo je največji in kdo najmanjši);
- opazovanju in predvidevanju vremena (zunaj sije sonce; če bi deževalo, bi potrebovali dežnike);
- opazovanju drugih naravoslovnih pojavov (posodo napolnimo z vodo in jo pozimi postavimo na prosto → voda bo zamrznila);
- opazovanju in raziskovanju notranjih prostorov šole/vrtca (zelena šolska tabla je model pravokotnika);
- opazovanju na sprehodih (listje je rjave barve, ker je jesen).
- Otrok pridobiva izkušnje o tem, kaj je v dani okoliščini res in kaj ne ter kaj je vedno res (voda je mokra); poskuša zanikati trditve.
- Z otrokom se pogovarjamo o tem, kaj je verjetno, da se bo zgodilo naslednji dan glede na dan opazovanja.
- Otrok napoveduje razplete zgodb ali opazovanega dogodka.

Preverjanje znanja

Ustno ocenjevanje – dijak pokaže znanje teorije iz srednje šole in se s primeri naveže na matematične dejavnosti v vrtcu.
Ocenjevanje izdelka – dijak izdela učne liste, modele in učno pripravo, v kateri sestavi vprašanja za voden pogovor z otroki.

Viri

http://www.zotks.si/sl/stran.asp?id_tema=840&id_strani_var=897
http://www.nauk.si/nauk.si/projekti/logika-e-gradiva/egradiva_listing
http://www.logika.si/revija/index.htm
http://sl.wikipedia.org/wiki/Argument_(logika)
http://www.igre5.com/igre-logika/

18. Uporaba logičnega sklepanja

Učna tema: Zaporedje dogodkov; vzroki in posledice

Učni cilji
Dijak:
- obnovi znanje iz osnov verjetnosti,
- pri delu z otroki uporablja časovne prislove (prej, potem, zgodaj, pozno) in se zna z otroki pogovarjati o vrstnem redu dogodkov, o verjetnosti dogodkov, o vzrokih in posledicah,
- ve, da je to povezano z matematičnim mišljenjem, saj razvija logično sklepanje.

Predvideno predhodno znanje: Dijak zna uporabiti temeljne verjetnostne izraze v vsakdanjem pogovoru in pozna osnove logičnega sklepanja in izjavnega računa.

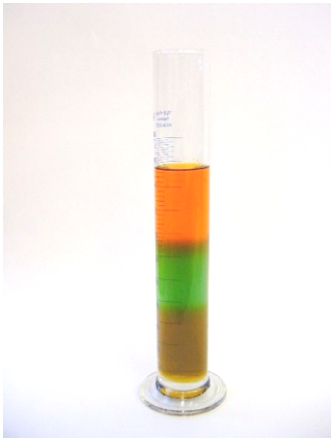
Čas izvedbe: 3 ure

Motivacija

Izvedli bomo poskus: v kozarec, kjer imamo 1 cm debelo plast detergenta za pomivanje posode, bomo počasi nalili (obarvano) vodo.

Pred izvedbo poskusa naj dijaki napovedo izid in svojo napoved utemeljijo (ali se bo voda zmešala z detergentom, ali bo potonila ali plavala na vrhu). Ugotovimo, kateri odgovor je najbolj oziroma najmanj zastopan.

Po izvedbi poskusa z dijaki odgovorimo na naslednja vprašanja:
Zakaj mislite, da je rezultat poskusa takšen? (pogovor o gostoti)
Kaj je vzrok, kaj je posledica?
Katere tekočine bi lahko natočili v kozarec, da bi dobili več ločenih plasti? Kako bi si sledile? (Na primer med, detergent, voda, olje, alkohol, tekoči vosek.) Katere od njih lahko obarvamo z barvami za živila?



Slika 33: Poskus

Izhodišče za razgovor je lahko tudi drug problem, katerega rešitev zlahka preverimo s poskusom. Dijaki naj napovedujejo, napovedi skušajo logično utemeljiti in se zavedajo, kaj je vzrok, kaj posledica dogodka.

Teorija

Pri reševanju matematičnih problemov je zelo bistveno zaporedje, vrstni red korakov. Dijak naj se zaveda, da bo pri otroku moral razvijati razumevanje za časovni potek dogodkov − kaj je prej, kaj pozneje, kaj je zdaj.

Tudi ko želimo neko matematično funkcijo predstaviti s primerom iz vsakanjega življenja, si večkrat pomagamo s količinami, ki so odvisne od časa.

Pri matematiki (na primer pri trigonometriji) se srečamo s pojmom *perioda*. Tudi nekateri pojavi v naravi so periodični, na primer jutro-večer-noč, dnevi v tednu, meseci, letni časi.

Logično sklepanje, je bistvena prvina matematičnega mišljenja. Osnove verjetnosti razvijamo, s tem, da dogoke napovedujemo, ugotavljamo, ali se bo nekaj zgodilo ali ne, in sklepamo o izzidu podobnega dogodka. Pri tem uporabljamo pojme mogoče, verjetno, gotovo ne ...

Dejavnosti za utrditev snovi

Pri izhodiščnem poskusu naj dijaki povzamejo:

- kaj smo imeli pred poskusom,
- koliko možnih izidov smo napovedali,
- kaj je nastalo po poskusu,
- kaj je vzrok in kaj posledica,
- Kako se razvija žabica iz paglavca.

Dejavnosti za delo v vrtcu

Dijaki naj si izmislijo primere, pri katerih bi otroci lahko napovedovali ali preiskovali preproste dogodke in odgovarjali na vprašanja, ali se bo nekaj zgodilo ali ne, in sklepali o izidu podobnega dogodka, na primer:
Kaj se zgodi, če skočimo v veliko lužo?
Zakaj so danes zunaj tla mokra?
Kaj se zgodi, če kamen in storž vržemo v vodo?

Koliko kamenčkov lahko naložimo na papirnato barčico, preden se potopi?



Slika 34: Barčica iz papirja

Kaj se zgodi, če v vodo nalijemo malo malinovega sirupa, in kaj, če nalijemo mnogo malinovca?

Kaj se zgodi, če rumeno barvo zmešamo z modro? Kaj pa, če zmešamo z rdečo barvo?



Slika 35: Mešanje barv

Kako nam bije srček, če nekaj časa hitro tečemo? Kako pa, če sedimo? Kaj mislite, kako bije srček po skakanju?

Kaj se zgodi z jajčno lupino, če jajce za dva dni potopimo v kis?

Kaj se zgodi, če razbijemo lešnik? Kaj pa, če bi razbili mandelj? Kaj bi naredili, če bi hoteli jesti orehe?

Ali je možno, da koza znese jajce?

Ali je možno, da petelin laja?



Slika 36: Petelinje oglašanje

Ali je možno, da padajo z neba žabe, voda ...?

Koliko žlic je potrebnih, da izpraznimo krožnik?

Koliko požirkov čaja je v skodelici?

Pri vseh dejavnostih je dobro, da jih umestimo v določen letni čas.

Dijaki naj naštejejo, kje se pri vsakdanjem pogovarjanju z otroki razvija občutek za vzrok in posledico (če padeš, te boli; če mečeš mivko v zrak, potem lahko pristane v laseh ...).

Pred malico vzamemo pladenj in ga ob pomoči otrok napolnimo s kockami ledu, ga odnesemo na dvorišče in napovemo, da se bomo s kockami ledu igrali po malici, da bomo naredili ... Po malici odhitimo na dvorišče, namesto kock ledu nas čaka moker pladenj. Z otroki se pogovarjamo, kaj je bilo prej in kaj se je zgodilo pozneje. (Kocke so izginile.) Zakaj so izginile? Otroci uganjujejo, moramo jih pozorno in brez prekinjanja poslušati, vsakemu odgovoru se posebej posvetimo (nekdo jih je ukradel, morda, ampak med malico se ni nihče sprehajal po dvorišču, zakaj je pladenj moker ...) in skupaj pridemo do povezave ledenih kock z nastalo vodo. Uporabljamo vprašanja, kot so: Ali je mogoče, da ...

S starejšimi otroki lahko nadaljujemo: Kaj bi se zgodilo s sneženim možem, če bi ga odnesli v toplo sobo? (Mimogrede, o tem govori tudi pravljica D. Wojtowycza Veliko presenečenje za Igorja). Ali poznate še kakšen način, kako bi lahko ledene kocke spremenili v vodo? Če otroci že vnaprej napovejo, da se bodo kocke stalile, se spet lahko pogovarjamo, zakaj, kaj naj naredimo, da se ne bi ...

Dijaki naj po skupinah premislijo (in na koncu poročajo), katere dejavnosti razvijajo pri otroku razumevanje za časoven potek dogodkov:

pripravljanje hrane je idealna priložnost za naučiti otroke nekega zaporedja (najprej damo moko, nato dodamo ...);
pogovor o poteku dneva pomaga otroku razumeti zaporedje dogodkov (najprej vstanemo, nato zajtrkujemo, nato gremo v vrtec, nato nas pridejo iskat starši, nato gremo na igrišče ...; najprej si umijemo roke, nato gremo jest; najprej si bomo obuli čevlje, nato odšli na sprehod ...);
s starejšimi otroki se lahko pogovarjamo, kaj počnemo zjutraj, popoldne, zvečer, ponoči. Znanje o tem, kaj se bo zgodilo pozneje, daje otroku občutek varnosti in zaupanja. S starejšimi otroki poiščemo dejavnosti, ki vodijo k razumevanju ure.

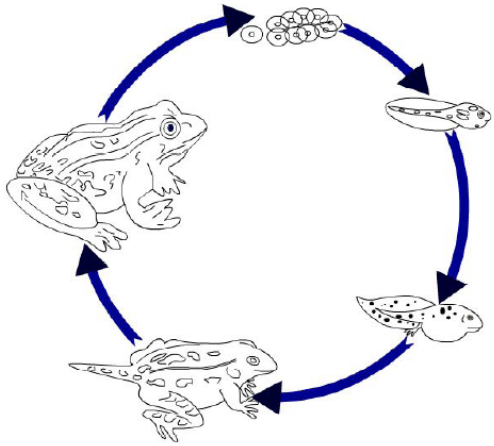
Dijaki naj tudi v sklopu drugih dejavnosti izdelajo gradiva, kot so slikice, fotografije pobarvanke, ali povedo primere dejavnosti − pogovor ali gibalne ponazoritve, pri katerih bi otroci razvijali občutek za zaporedje dogodkov, na primer pri gorenju sveče, snežaku na soncu, ob opazovanju rasti rastlin, živali, ljudi ...

Kaj nastane iz semena?



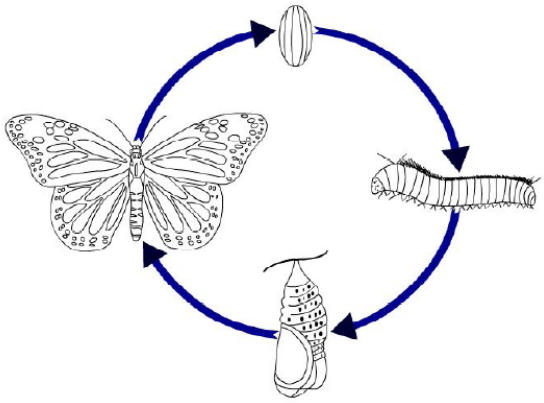
Slika 37: Klitje semena

Žabji cikel



Slika 38: Zaporedje – žabji cikel

Metuljev cikel



Slika 39: Zaporedje – metuljev cikel

Preverjanje znanja

Dijak opiše dejavnost, ki razvija pri otroku razumevanje za časovni potek dogodkov. Dijak opiše dejavnost, pri kateri bi otroci lahko napovedovali preproste izide dogokov in odgovarjali na vprašanja, ali se bo nekaj zgodilo ali ne.

Viri

Free kindergarten math worksheets and kindergarten math games: http://209.85.129.132/search?q=cache:7h5JuWCpkrMJ:www.softschools.com/grades/kindergarten.jsp+math+kindergaten+frog&cd=3&hl=sl&ct=clnk&gl=si
Time worksheets: http://www.mathsisfun.com/worksheets/time.php
Sodobna pedagogika (2. številka, 2009)

19. Verjetnost

Učna tema: Verjetnost dogodka in osnovne zveze med dogodki

Učni cilji
Dijak:
- pozna osnove verjetnosti (ugodni izid proti vsem možnim izidom dogodka) in osnovne pojme verjetnosti,
- zna uporabiti temeljne verjetnostne izraze v vsakdanjem pogovoru in izvajati načrte za igre in druge dejavnosti v vrtcu, kjer uporabi verjetnostne koncepte.

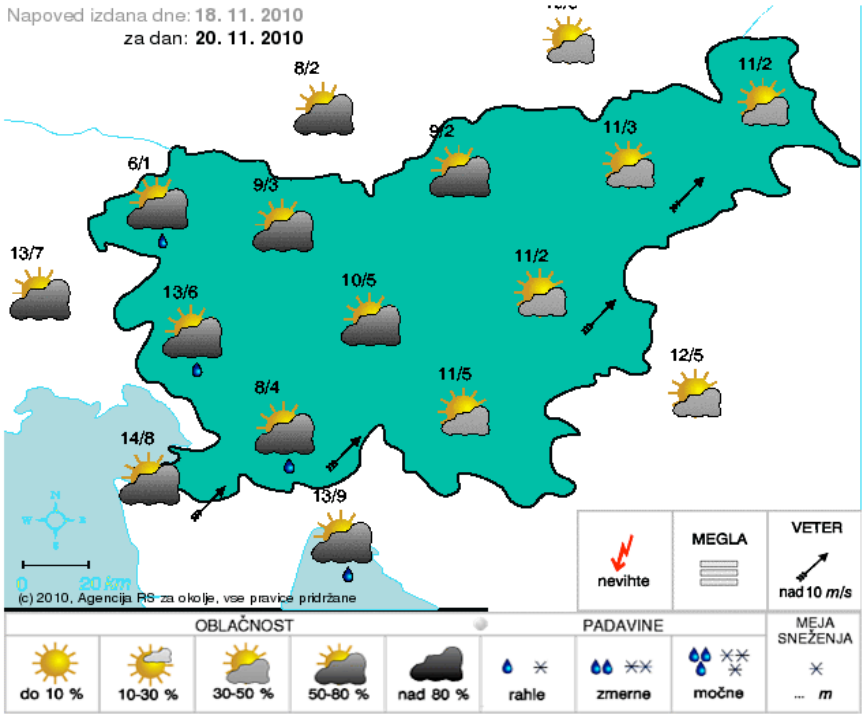
Predvideno predhodno znanje: Računanje z racionalnimi števili, množice

Čas izvedbe: 5 šolskih ur

Motivacija

Mesec dni pred začetkom obravnavanja te snovi damo dijakom domačo nalogo. Naj poiščejo vremensko napoved za teden (ali cel mesec). Nato naj opazujejo vreme. Naj ugotavljajo, ali je bila vremenska napoved točna.

Verjetno bodo ugotovili, da je vreme naključen pojav, ki ga je težko točno napovedati. Dijake lahko opozorimo, da to uporabljajo tudi v pogovoru. Namesto »Jutri bo sončno« naj raje poudarjajo naključnost pojava »Jutri bo verjetno sončno«.



Slika 40: Vremenska napoved

»Vreme bo,« je stavek, ki ga je izrekel eden izmed vremenoslovcev ob začetku vremenske napovedi. O pomenu tega stavka in vremenskih pojavih, ki se lahko zgodijo, se pogovarjajmo z dijaki. Ugotavljamo, ali se lahko hkrati zgodita dva pojava, kaj je nasprotje nekega pojava ... Z dijaki poiščemo še druge naključne pojave, ki jih srečujemo v življenju.

Ker pričakujemo čez konec tedna lepo vreme, se odpravimo na ribolov. Najprej gremo v ribogojnico, kjer bomo ribičem pomagali pri selitvi rib v reko. Iz bazena, kjer smo jih gojili, jih lovimo z mrežo in jih dajemo v pripravljene posode z vodo. Na začetku je vsak poskus lovljenja uspešen, proti koncu, ko je v bazenu le še nekaj rib, pa se lahko zgodi, da nam ne uspe ujeti niti ene ribe. Ugotovimo, da se verjetnost, da ulovimo ribo manjša z manjšim številom rib v bazenu.

Teorija

Verjetnostni račun je veja matematike, s katero obravnavamo dogodke, ki se bolj ali manj verjetno zgodijo.
Osnovni pojmi verjetnostnega računa so poskus, dogodek in verjetnost dogodka.
Poskus je vsako dejanje, ki ga opravimo v natančno določenih pogojih. Rezultat poskusa je dogodek. Enaki poskusi oziroma ponovitve poskusa lahko privedejo do različnih dogodkov.
Dogodek je gotov dogodek, če se ponovi ob vsaki ponovitvi poskusa.
Dogodek je nemogoč dogodek, če se nikoli ne zgodi.



Slika 41: Gotov dogodek?

Vsi drugi dogodki so naključni ali slučajni dogodki.

Primer: Imamo vrečko bonbonov različnih barv. V vrečki so bonboni rdeče, oranžne, zelene, rumene in bele barve.
Dogodek: Iz vrečke vzamemo rdeč bonbon.
Gotov dogodek: Iz vrečke potegnemo rdeč, rumen, oranžen, zelen ali bel bonbon.
Nemogoč dogodek: Iz vrečke potegnemo črn bonbon.
Naključen dogodek: Iz vrečke potegnemo zelen bonbon.

Nekaj zvez med dogodki
Način dogodka: Če se dogodek *B* zgodi vedno, ko se zgodi dogodek *A*, potem je dogodek *A* način dogodka *B*.



Slika 42: Sklepanje iz vzroka na posledico

Primer: Če izvlečemo iz vrečke rdeči bonbon, je to eden izmed dogodkov, da izvlečemo iz vrečke bonbon v eni od barv na semaforju.

Enakost dogodkov: Če se dogodek *A* zgodi vedno, ko se zgodi dogodek *B*, in se dogodek *B* zgodi vedno, ko se zgodi dogodek *A*, potem sta dogodka enaka.

Vsota dogodkov: Dogodek, da se zgodi najmanj eden izmed dogodkov A in B, imenujemo vsota dogodkov. Vsoto dogodkov A in B označimo z $A \cup B$. Velja, da je vsota dogodka A in nemogočega dogodka enaka dogodku A. Vsota dogodka A in gotovega dogodka je gotov dogodek.

Primer: Vsota dogodka, da izvlečemo bonbon v barvi semaforja, in dogodka, da izvlečemo bonbon bele ali rumene barve, je gotov dogodek.

Produkt dogodkov: Dogodek, da se sočasno zgodita dva dogodka, imenujemo produkt dogodkov. Produkt dogodkov A in B označimo z AB. Veljata zvezi: produkt dogodka A in nemogočega dogodka je nemogoč dogodek, produkt dogodka A in gotovega dogodka je dogodek A.

Primer: Produkt dogodka, da izvlečemo v eni od barv semaforja, in dogodka, da izvlečemo bonbon roza barve, je nemogoč dogodek.

Nezdružljivost dogodkov: Dva dogodka sta nezdružljiva, če se ne moreta zgoditi sočasno. Za nezdružljiva dogodka velja, da je njun produkt nemogoč dogodek.

Primer: Dogodek, da potegnemo bel bonbon, je nezdružljiv z dogodkom, da potegnemo oranžen bonbon.

Nasprotni dogodek: Dogodek $\overline{A}$ je nasproten dogodku A, če se zgodi vedno, ko se dogodek A ne zgodi. To pomeni, da se zgodi najmanj eden izmed dogodkov A in $\overline{A}$. Za nasprotna dogodka velja, da je njun produkt nemogoč dogodek, njuna vsota pa je gotov dogodek.

Primer: Dogodek, da ne potegnemo rumen bonbon, je nasproten dogodku, da potegnemo rumen bonbon.

Elementarni dogodek. Če je dogodek tak, da ga ne moremo zapisati kot vsoto dogodkov, je dogodek elementaren.

Primer: Iz vrečke izvlečemo bonbon določene barve.

Popoln sistem dogodkov. Množica n dogodkov je popoln sistem dogodkov, če se pri vsaki ponovitvi dogodka zgodi natanko eden izmed te množice. Dogodki v popolnem sistemu so torej paroma nezdružljivi,

Primer: Dogodek in njegov nasprotni dogodek sestavljata popoln sistem dogodkov. Popoln sistem dogodkov v našem primeru sestavljajo tudi dogodki, kot so: izvlečemo bonbon rdeče barve, izvlečemo bonbon rumene barve, izvlečemo bonbon oranžne barve, izvlečemo bonbon zelene barve, izvlečemo bonbon rumene barve, in dogodek, da izvlečemo bonbon bele barve.

Statistična definicija verjetnosti

Opazujemo serijo enakih poskusov in zapisujemo število ponovitev dogodka n_A glede na vse ponovitve dogodka n. Količnik n_A/n se pri velikem številu ponovitev poskusa ustali pri nekemu številu, ki ga definiramo kot verjetnost dogodka A in označimo s $P(A)$.

Primer: Za poskus vzamemo met kovanca. Lahko se zgodita dva dogodka. Pade na stran s številko ali podobo. Dijaki naj izvedejo poskus in štejejo, kolikokrat je padla številka. Vsak izmed dijakov naj ponovi poskus na primer 20-krat. Rezultate vseh dijakov zberemo in izračunamo verjetnost po statistični definiciji. Izračunana verjetnost je približno 0,5.

Klasična definicija verjetnosti

Pri klasični definiciji opazujemo poskus, ki ima lahko n izidov, ki so vsi enako verjetni in nezdružljivi elementarni dogodki. Vsi možni izidi poskusa sestavljajo popoln sistem dogodkov. Predvidimo, da dogodek *A* predstavlja vsoto n_A izidov. V tem primeru definiramo verjetnost dogodka *A* z enačbo

$$P(A) = \frac{n_A}{n}$$

Verjetnost dogodka *A* je količnik med za dogodek *A* ugodnimi izidi in vsemi možnimi izidi. Pomanjkljivost te definicije verjetnosti je v predpostavki, da so izidi enako verjetni in so dogodki nezdružljivi.

Primer: Imamo vrečko Haribojevih bonbonov medvedkov. V vrečki so medvedki rdeče, oranžne, zelene, rumene in bele barve. Preštejemo vse medvedke v vrečki in število medvedkov v posameznih barvah. Ugotavljamo, kolikšna je verjetnost, da smo potegnili medvedek zelene barve. Prešteli smo, da je zelenih medvedkov 6, vseh medvedkov 30, verjetnost dogodka, da smo iz vrečke potegnili zelen medvedek, je 6/30 oziroma 1/5.

Prav je, da dijaki poznajo tudi aksiome verjetnosti:

$P(A) \geq 0$, verjetnost naključnega dogodka je nenegativno število;

$P(G) = 1$, verjetnost gotovega dogodka je 1;

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, če $A \cdot B = \mathrm{N}$, verjetnost vsote nezdružljivih dogodkov je enaka vsoti verjetnosti posameznih dogodkov.

Če se vrnemo k naši polni vrečki Haribojevih bonbonov medvedkov, je dogodek, da potegnemo medvedka poljubne barve, gotov dogodek, ki se vedno zgodi. Verjetnost takšnega dogodka je ena. Dogodek, da iz vrečke potegnemo medvedka v roza barvi, je nemogoč dogodek, saj takšnih medvedkov nimamo. Verjetnost tega dogodka je nič.

Verjetnost, da potegnemo medvedka v barvi luči na semaforju, je enaka vsoti verjetnosti, da potegnemo medvedka zelene, rumene in rdeče barve. Ti dogodki so med seboj nezdružljivi.

Dejavnosti za utrditev snovi

Dijaki ugotavljajo, kaj je gotov, nemogoč, naključen dogodek, in računajo verjetnost dogodka ali jo vsaj ocenjujejo pri naslednjih situacijah:

- zmaga naše smučarke Tine na slalomski tekmi,
- zmaga slovenske reprezentance na svetovnem prvenstvu,
- zadenemo pet (šest ali sedem) pravilnih številk pri igri Loto,
- zmagamo pri igri Lotko 6,
- potegnemo as iz kupa igralnih kart,
- na igralni kocki pade manj kot pet pik,



Slika 43: Naključni met kocke

- na igralni »kocki« z osmimi ploskvami pade manj kot pet pik,
- izdelajo »kocko«, ki ni pravična (na primer iz karamelnega bombona).

Dejavnosti za delo v vrtcu

Dijaki pripravijo vprašanja oziroma teme za pogovore z otroki, kjer nastopa naključnost pojavov:

- na temo vremena − poudarimo, da je vreme naključen pojav, ki ga je težko točno napovedati, na primer: »Jutri bo **verjetno** sončno,« namesto »Jutri bo sončno,«
- na temo športa, na primer: »**Skoraj gotovo** bom hitrejši kot prijatelj,«



Slika 44: Verjetnost zmage na tekmi

- na temo prometa, na primer: »**Gotovo** pride mamica pote, **mogoče** bo zamudila zaradi gostega prometa,«
- na temo srečelova, na primer: »**Neverjetno (nemogoče)** je, da bi zadel na srečelovu, če ne bom kupil srečke,«
- pogovor po kosilu, na primer: »**Nemogoče** je, da bi bili hkrati siti in lačni.«

Dijaki pripravijo igre in igrala za delo v vrtcu:

- met igralne kocke in opazovanje, kolikokrat pade na gornji ploskvi na primer 6, za mlajše otroke lahko vsako ploskev kocke pobarvamo z drugo barvo in opazujemo, kolikokrat pade na gornji ploskvi na primer rdeča barva (lahko z isto barvo pobarvamo tudi dve nasprotni ploskvi),
- igrica Pikado − lahko pripravimo dve različno veliki ploskvi, na kateri mečemo puščice in ugotavljamo, kje je večja verjetnost, da zadenemo površino,
- pripravimo običajen ali prirejen komplet kart in opazujemo, kolikšna je verjetnost, da potegnemo karto na primer rdeče barve,
- met zamaškov in opazovanje, kako so obrnjeni (ali met kovancev),
- otroci imajo slike, v vrečki imajo barvice na primer 3 ali 4 barv, zaporedno vlečejo barvico in z njo pobarvajo sliko ter barvico nato vrnejo v škatlo, na koncu opazujejo, koliko otrok je pobarvalo sliko z isto barvo,



Slika 45: Verjetno – neverjetno

- v vrečki imamo kroglice različnih barv, vsak otrok povleče eno kroglico in jo nato vrne, poskuša potegniti kroglico bele barve, v naslednjem poskusu povečamo ali pomanjšamo število belih kroglic v vrečki in poskus ponovimo,
- pripravimo dva koša, ki imata različna premera, in vanju otroci mečejo žogo, pri tem pa ugotavljajo, kje je večja verjetnost, da zadenejo koš.

Preverjanje znanja

V prvem, pisnem delu bi preverjali teorijo. V tem delu naj bodo naloge izbirnega tipa, kjer preverjamo poznavanje osnovnih pojmov, in naloge, kjer dijaki računajo verjetnost dogodka.

V drugem, praktičnem delu pa naj dijak za konkretno situacijo pripravi igrače in dejavnosti, ki bi jih otroci izvajali. Dijak sestavi vprašanja, povezana z verjetnostjo, ki bi jih postavljal otrokom.

Viri

Priročnik za učitelje, avtor J. A. Čibej
http://www.educa.fmf.uni-lj.si/izodel/sola/2002/dira/tea/Uvod_v_verjetnost.html
http://www.kvarkadabra.net/article.php/Ko-nas-obcutek-za-verjetnost-zavede
http://www.e-um.si/
http://meteo.arso.gov.si/met/sl/warning/hail/